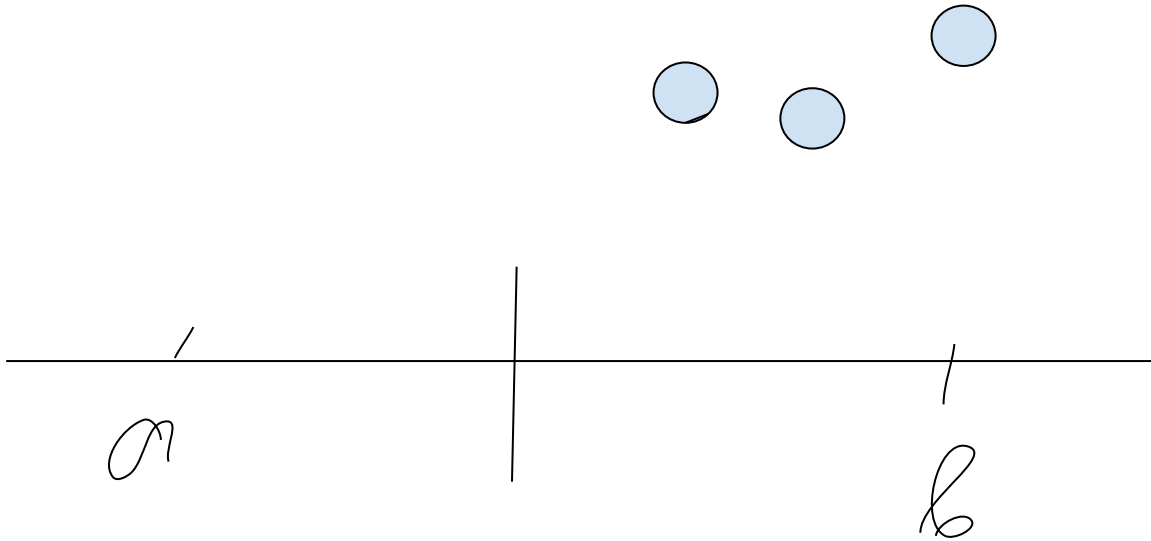
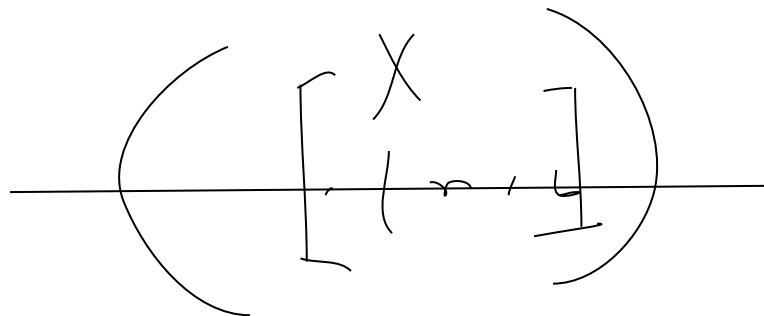


Всегда ли бесконечное множество на отрезке имеет предельную точку?



Рассмотрим отрезок АВ.
Разделим его пополам. Хотя бы в одной из двух половин будет бесконечное количество точек. Делим ту половину пополам где бесконечное количество точек. итд.

Так как эти деления можно считать как вложенные отрезки, по лемме о вложенных отрезках найдется хотя бы одна общая точка. Эта точка и будет предельной, потому что вложенные отрезки можно взять как за окрестности этой точки, в пределах которых будет бесконечное количества чисел принадлежащих множеству на отрезке.



какую бы окрестность этой точки мы не взяли, найдется настолько маленький отрезок в цепочке делений отрезков пополам, что он целиком окажется внутри этой окрестности, а внутри него бесконечно из интересующего нас множества. Такой отрезок точно найдется, потому что длина все время уменьшающихся в 2 раза стремится к нулю.