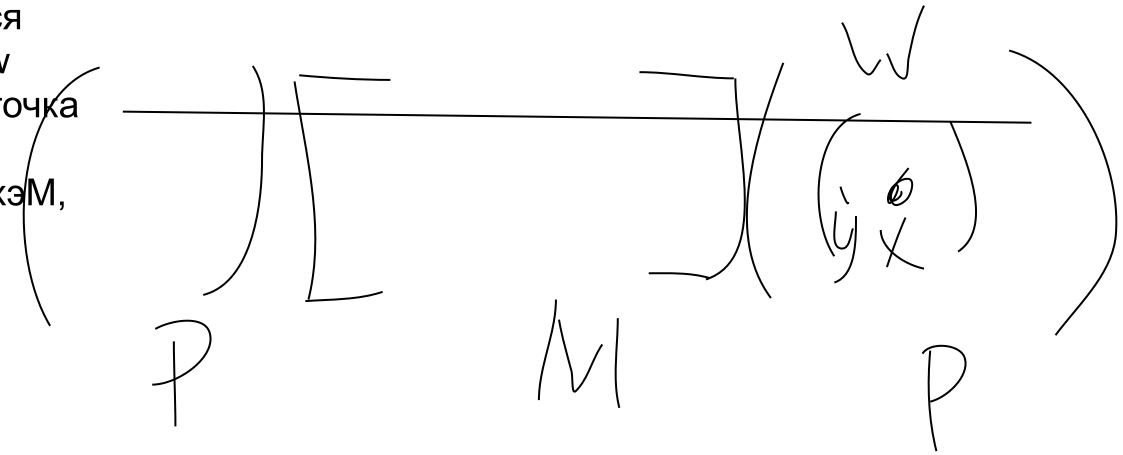
Доказать, что дополнение к замкнутому множеству является открытым

Пусть дополнение к замкнутому М множеству не открытое множество Р, тогда найдется точка хэР, для которой не найдется окрестность целиком лежащая в Р, те для любой окрестности w точки х найдутся точки не из Р, значит найдется хотя бы одна точка у из М. Значит в любой окрестности точки х найдутся точки из множества М. Значит точка х предельная для М. Значит точка хэМ, но она не принадлежит. Противоречие.



Доказать, что дополнение к открытому множеству является замкнутым

Пусть дополнение к открытому множеству М не замкнутое множество Р, тогда найдется точка х!эР, но предельная множеству Р, значит точка хэМ. Это значит, что найдется окрестность w точки х, которая полностью войдет в множество М. Так как точка х предельная для Р, то в любой ее окрестности, в частности w, найдется точка уэР, но возникает противоречие, у должно принадлежать М, так как по условию окрестность w целиком лежит в М.