Доказать в общем виде неравенство о среднем арифметическом и геометрическом

uСложное
Если утверждение верно для всех номеров меньших n и мы докажем, что оно верно для n, тогда оно верно для всего

Просто
Если утверждение верно для n, то можно доказать, что оно верно для n+1, тогда оно верно для всех.

ЛЕММА
Пусть (a1+a2+...+an)/n>=(a1*a2*...*an)^(1/n) верно для n произвольных чисел, тогда докажем, что это верно для 2n произвольных чисел

(a1+a2+...+a2n)/2n>=(a1*a2*...*a2n)^(1/2n) - тут а-шки другие (произвольные), чем в предположении индукции
((a[1]+a[2])/2+...+(a[2n-1]+a[2n])/2)/n>=((a[1]*a[2])*...*(a[2n-1]*a[2n])))^(1/2n)

(a[1]+a[2])/2>=V(a[1]*a[2])
(a[3]+a[4])/2>=V(a[3]*a[4])

((a[1]+a[2])/2+...+(a[2n-1]+a[2n])/2)/n>= (Va[1]*a[2])+...+V(a[2n-1]*a[2n]))/n
>=[по предположению индукции для произвольных n чисел]
(Va[1]*a[2])*...*V(a[2n-1]*a[2n])^(1/n)=(a[1]*a[2])*...*(a[2n-1]*a[2n])^(1/2n)

Докажем неравенство по сложной индукции в четном случае.

Пусть неравенство верно для всех номеров меньших четного n.
Докажем, что верно для n

Пусть это верно для всех n<100. Если оно верно для всех n<100, тогда оно верно и для 50. Тогда по лемме оно верно для 100 чтд.

Докажем неравенство по сложной индукции в нечетном случае.

Пусть неравенство верно для всех номеров меньших нечетного n.
Докажем, что верно для n
(a1+a2+...+an)/n>=(a1*a2*...*an)^(1/n) - ХОТИМ

Пусть это верно для всех n<101. Если оно верно для всех n<101, тогда оно верно и для 51. Тогда по лемме оно будет верно n=102. Докажем, что если это верно для 102, тогда оно должно быть верно и для 101.
(a1+a2+...+an+a(n+1))/(n+1)>=(a1*a2*...*an*an+1)^(1/n+1) - ДОКАЗАЛИ

(a1+a2+...+an+(a1+a2+...+an)/n)/(n+1)>=(a1*a2*...*an*(a1+a2+...+an)/n)^(1/(n+1))
это верно, потому что то что мы ДОКАЗАЛИ верно для ЛЮБЫХ а-шек произвольных, а значит в качестве последней из этих а-шек можно взять любое число, например такое (a1+a2+...+an)/n

u=a1+a2+...+an

(u+u/n)/(n+1)>=(a1*a2*...an*u/n)^(1/(n+1))
(u+u/n)/(n+1)=(u(n+1)/n)/(n+1)=u/n
u/n>=(a1*a2*...an*u/n)^(1/(n+1))
(u/n)^(n+1)>=a1*a2*...an*u/n
(u/n)^n>=a1*a2*...an
u/n>=(a1*a2*...an)^(1/n)
(a1+a2+...+an)/n>=(a1*a2*...*an)^(1/n)