an=(1 + 1/n)^n растет
cn=(1 + 1/n)^(n + 1)док-ть cn убывает

Задача 1
Докажите, что существуют sup(an) и inf(cn)

Задача 2
Докажите, что sup(an)=inf(cn)

cn=(1 + 1/n)^(n + 1)=((n + 1)/n)^(n + 1)=1/(n/(n + 1))^(n + 1)=
=1/((n + 1-1)/(n + 1))^(n + 1)=1/(1 - 1/(n + 1))^(n + 1)   =1/b_(n + 1)

1)
an=(1 + 1/n)^n=1^n+C(n,1)*1/n+C(n,2)*1/n^2+C(n,3)*1/n^3+...C(n,n)1/n^n =
= 1^n+n/n+n(n-1)/2!/n^2+n(n-1)(n-2)/3! /n^3+...+[n(n-1)(n-2)...(n-n-1)]/n! /n^n = 1^n+1+(1-1/n)/2!+(1-1/n)(1-2/n)/3!...+[(1-1/n)(1-2/n)...(1-(n+1)/n)] /n!<
< 1 + 1 / 1! + 1 / 2! + 1 / 3! + 1 / 4!+...+1/n! < 1+ 1 + ½ + 1/(2*2) + 1/(2*2*2) +... + 1/ 2^(n-1) < 3 => sup for an

cn > 0

C(n,1)=n
C(n,2)=n(n-1)/2!
C(n,3)=n(n-1)(n-2)/3!
C(n,n)=n(n-1)(n-2)...(n-n-1)/n!

2)
cn-an=(1 + 1/n)^(n + 1) - (1 + 1/n)^n= (n + 1)^(n + 1) / n^(n+1)- (n+1)^n / n^n=(n+1)^n/n^n*[(n + 1)/n-1]=(n+1)^n/n^n*[(n + 1-n)/n]=
=(n+1)^n/n^n*[1/n]=(n+1)^n/n^n * 1/n=((n+1)/n)^n * 1/n=(1+1/n)^n * 1/n
1 < (1+1/n)^n < 3

for n->oo, (1+1/n)^n * 1/n ->0