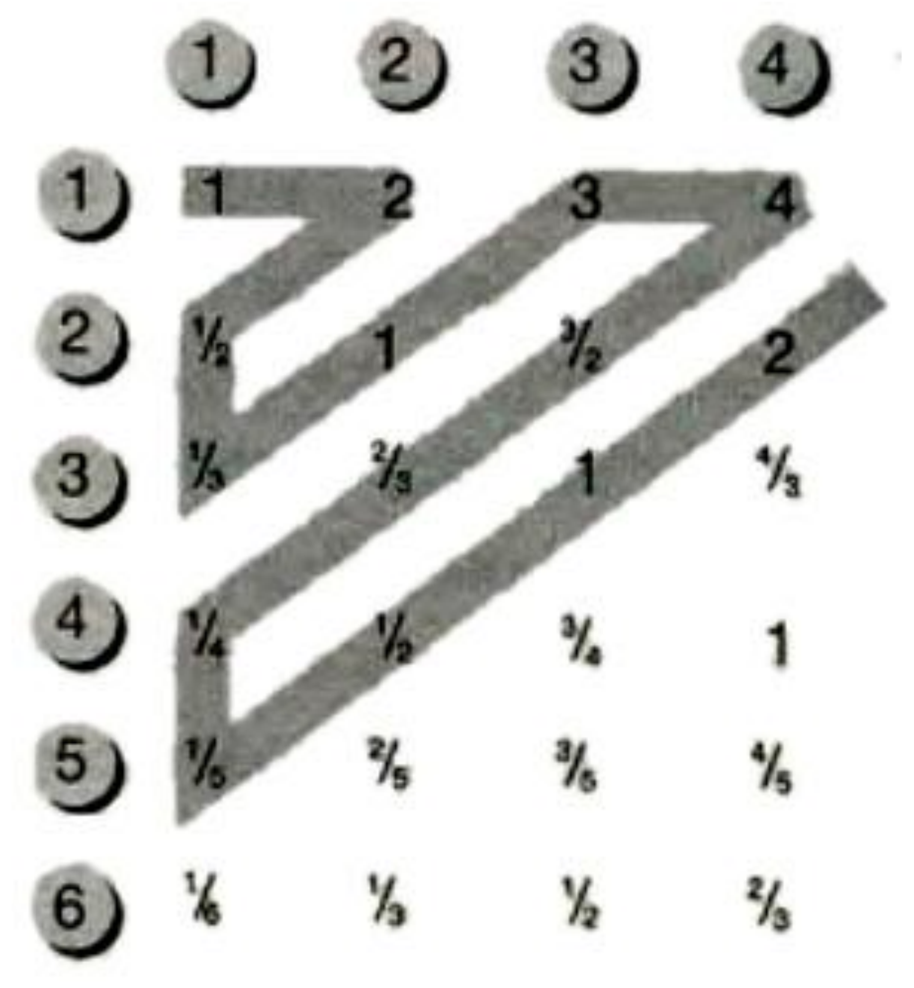
ОПРЕДЕЛЕНИЕ: сравнение бесконечных множеств основано на идее взаимнооднозначного соответствия, множества имеющие такое соответствие называются РАВНОМОЩНЫМИ, иначе НЕРАВНОМОЩНЫМИ

Доказать, что множество натуральных чисел равномощно
а) всем целым числам
б) всем рациональным числам
в) всем алгебраическим уравнения с целыми коэффициентами $a_n{*}x^n{+}a_{n-1}{*}x^{n-1}+\ldots+a_2{*}x^2{+}a_1{*}x{+}a_0{=}0$

г) всем алгебраическим числам (корням алгебраических уравнений n-ой степени с целыми коэффициентами) *уравнение n-ой степени имеет не более n корней
д) конечным наборам $(a_1,\ldots,a_n)$, где a_i - пробегает все натуральные числа

е) всевозможным попарно непересекающимся буквам Т произвольного размера на плоскости
ж) всевозможным попарно непересекающимся ВОСЬМЕРКАМ произвольного размера на плоскости подсказка: привязать фигуры к точкам с ОБОИМИ рациональными координатами

1, 2, 3, 4, 5, ... ∞



целые числа

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7

рациональные числа

$Q=\{\frac{m}{n}, m\in Z, n\in N\}$

алгебраические уравнения 1 способ

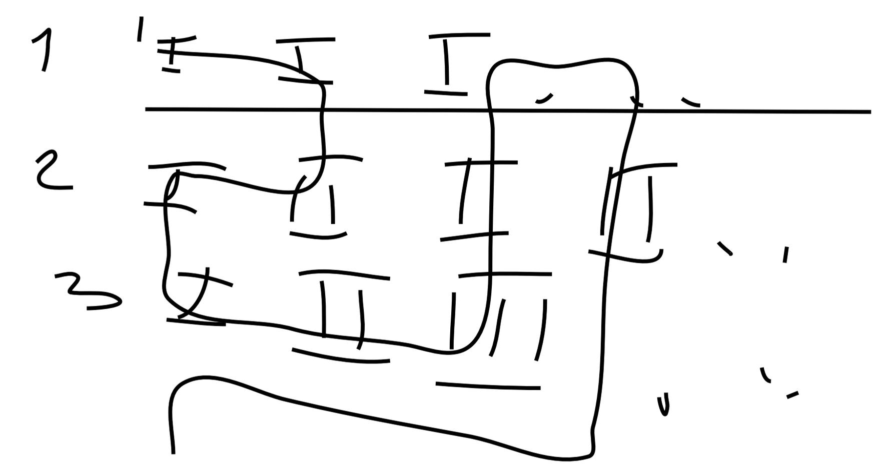
ур-ия 1-ой степени
х выразим, получатся рациональные числа, а их мы нумеровать умеем

ур-ия 2-ой степени
х^2 выражаем

те у кого есть х в одну гостиницу

те у кого нет х в одну гостиницу

алгебраические уравнения 2 способ



ур-ия 1-ой степени

ур-ия 2-ой степени

ур-ия 3-ей степени

способ нумеровать, например квадратные уравнения
a2*x^2+a1*x1+a0=0 <-> (a2,a1,a0)
b2*x^2+b1*x1+b0=0 <->
...
наборов (a2,a1,a0),(b2,b1,b0) счетно
т.к.
наборов a21=(a2,a1) , b21=(b2,b1) счетно как рац чисел и наборов (a21,a0), (b21,b0) счетно по той же причине

алгебраические уравнения 3 способ

an*x^n+a_n-1*x^n-1 + … + a2*x^2+a1*x+a0=0
каждому ур-ию ставим в соответствие высоту
h=n + |a0| + |a1|+...+|an|
ур-ия высоты 2
x = 0
-x = 0
ур-ия высоты 3
x + 1 = 0
2x = 0
-2x = 0
-x + 1 = 0
-x - 1 = 0
x - 1 = 0
x^2 = 0
-x^2 = 0

уравнений данной высоты "n" конечное число, т.к.

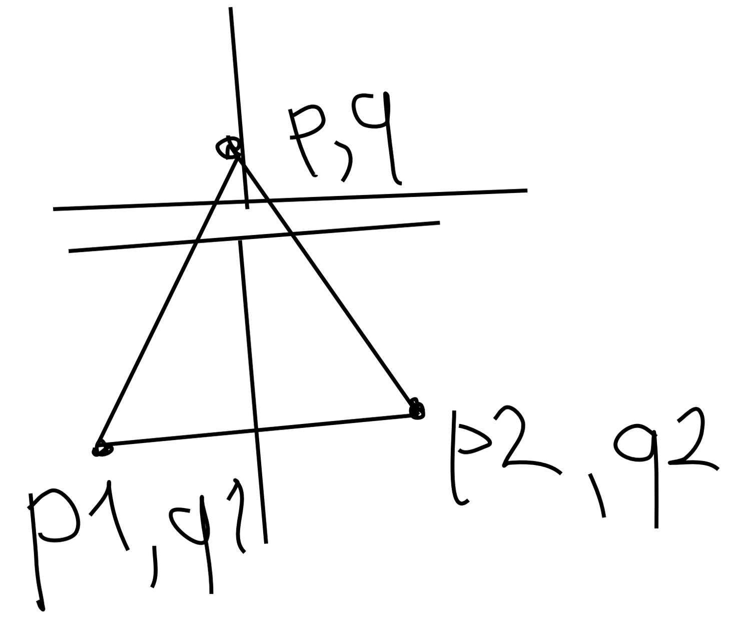
каждый коэффициент лежит от
[-n;n] длина диапазона = 2n+1
(т.к. ноль ещё)

а коэф-тов не более чем n, т.е. верхняя оценка - ур-ий не более
(2n+1)^n - конечное число

сложно предсказать номер каждого ур-ия, но есть способ без высоты на другой идее:
2x^2 - x + 1=0 - хотим дать ему номер
4 3 2 - номера коэффициентов в нумерации целых чисел
у нас есть простые числа, первые 3 простых числа 2,3,5

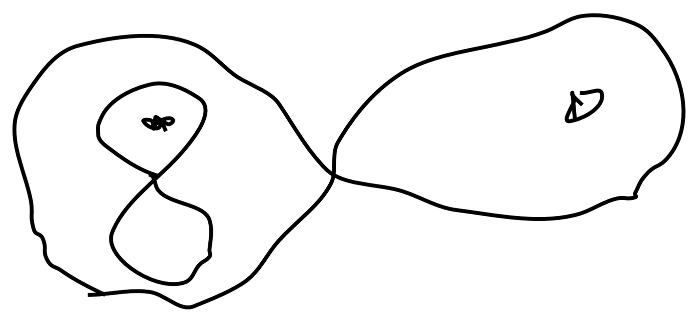
все целые числа нумеровать умеем
0 - 1
1 - 2
-1 - 3
2 - 4
-2 - 5

номер = 2^4*3^3*5^2



что каждая из линий буквы Т пересекает по одной стороне треугольника

1 буква Т - это набор из 6-и рациональных чисел (a1,a2,a3,a4,a5,a6)



одна 8-ка задается 2-мя точками с рац координатами внутри каждой из петелек взаимно однозначно

1 буква 8 - это набор из 4-рациональных чисел (a1,a2,a3,a4)