Доказать, что множество тогда и только тогда бесконечно, когда оно эквивалентно (взаимно однозначно) некоторому своему подмножеству.

если бесконечно ⇒ то множество эквивалентно подмножеству (1)

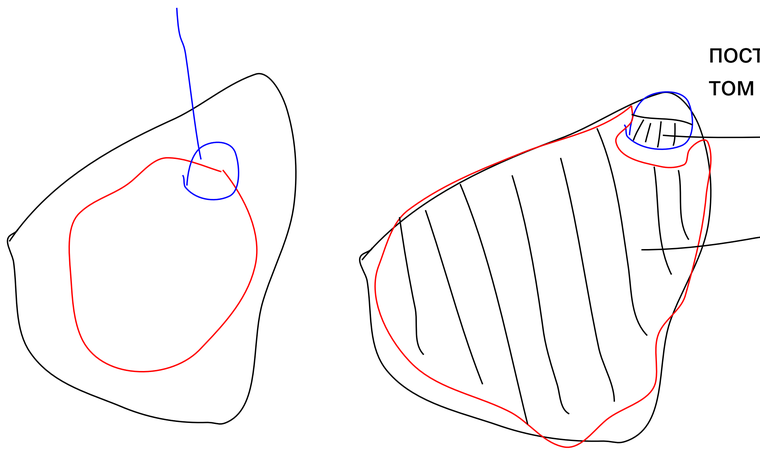
то бесконечно ⇐ если множество эквивалентно подмножеству (2)

---

1. **Докажем, что если множество бесконечно, то оно взамно однозначно некоторой своей части**

1 СПОСОБ

в любом бесконечном множества есть счетное подмножество



построй соответствие между красным с черным и всем множеством, при том что где удобно можно нарисовать счётное

все четные элементы синего

красное накладывается на черное 1 в 1

все четные из синего равномощны синему

Подмножество = красное + все четные из синего

2 СПОСОБ

Мощность бесконечного множества не меняется, если из него выбросить счетное подмножество

Выбросим счетное подмножество, оставшееся подмножество будет равномощно исходному

---

2. **множество эквивалентно подмножеству => множество бесконечно**

докажем от противного - пусть это не так, т.е.
если множество взамно однозначно некоторой своей части, то оно конечно

если множество конечно, то и часть его конечная и содержит меньше элементов

между конечными множествами разного количества не существует взаимно-однозначного соответствия, противоречие