Критерий бесконечности

Доказать, что множество тогда и только тогда бесконечно, когда оно эквивалентно (взаимно однозначно) некоторому своему вложенному подмножеству.

№1 если бесконечно — то множество эквивалентно подмножеству — 1

№2 то бесконечно — если множество эквивалентно подмножеству — 2

а) Счетные множества самые маленькие из бесконечных (т.е. любое бесконечное множество имеет счетное подмножество)
б) Мощность бесконечного множества не изменяется от прибавления к нему счетного множества
в) Мощность несчетного множества не меняется от удаления из него счетного множества

Быть может, эти электроны
Миры, где пять материков,
Искусства, знанья, войны, троны
И память сорока веков!

Еще, быть может, каждый атом -
Вселенная, где сто планет;
Там - все, что здесь, в объеме сжатом,
Но также то, чего здесь нет.

Их меры малы, но все та же
Их бесконечность, как и здесь;
Там скорбь и страсть, как здесь, и даже
Там та же мировая спесь.

Их мудрецы, свой мир бескрайный
Поставив центром бытия,
Спешат проникнуть в искры тайны
И умствуют, как ныне я;

А в миг, когда из разрушенья
Творятся токи новых сил,
Кричат, в мечтах самовнушенья,
Что бог свой светоч загасил!

Откуда берется золото

1 млн тонн золота

в этой таблице менделеева 120 атомов
30 открыли в XX век

№1

дано бесконечное множество A. Значит в этом множестве есть счетное подмножество N. Выкинем из множество A множество N=> множество B=A-N

если множество A изначально несчетное=> по свойству в) мощность A в этом случае не изменится=> B и A одной мощности => между ними есть взаимоoднознач соответствие, а это означает эквивалентность
(тут эквивалентность с тем, что осталось)

если множество A изначально счетное=>
а) может снизиться, если, например, из всех подряд выкинуть все, кроме одного => A счетное и выкидываемое счетное N - вот они и эквивалентны
(тут эквивалентность с тем, что выкинули)
б) может сохраниться если из всех подряд выкинуть четные =>
либо A эквивалентен к B (тому что осталось после выкидывании N)
либо A эквивалентен к N (т.к. они оба счетные)

№2

пусть A эквивалентен к B и не бесконечно, то получаем два конечных множества эквивалентных друг другу (и при этом одно является подмножеством другого, не совпадающим с самим множеством)=> противоречие
значит A может только быть бесконечным