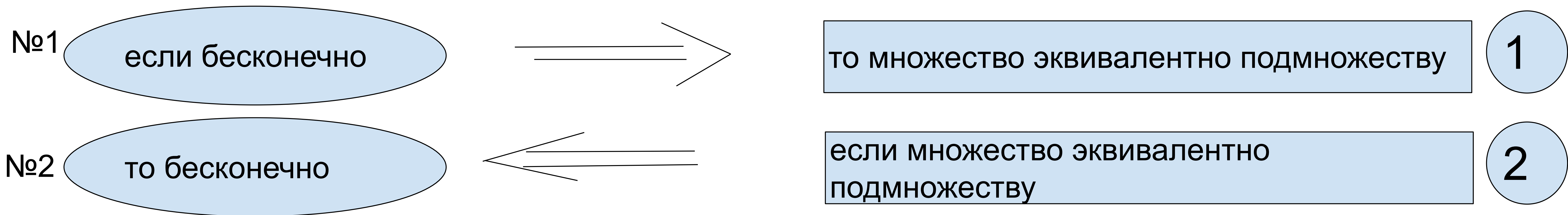


Критерий бесконечности

Доказать, что множество тогда и только тогда бесконечно, когда оно эквивалентно (взаимно однозначно) некоторому своему вложенному подмножеству.



Быть может, эти электроны
Миры, где пять материков,
Искусства, знания, войны, троны
И память сорока веков!

Еще, быть может, каждый атом -
Вселенная, где сто планет;
Там - все, что здесь, в объеме сжатом,
Но также то, чего здесь нет.

Их меры малы, но все та же
Их бесконечность, как и здесь;
Там скорбь и страсть, как здесь, и даже
Там та же мировая спесь.

Их мудрецы, свой мир бескрайный
Поставив центром бытия,
Спешат проникнуть в искры тайны
И умствуют, как ныне я;

А в миг, когда из разрушенья
Творятся токи новых сил,
Кричат, в мечтах самовнушенья,
Что бог свой светоч загасил!

Откуда берется
золото

1 млн тонн золота

в этой таблице
менделеева 120
атомов
30 открыли в XX век

- а) Счетные множества самые маленькие из бесконечных (т.е. любое бесконечное множество имеет счетное подмножество)
- б) Мощность бесконечного множества не изменяется от прибавления к нему счетного множества
- в) Мощность несчетного множества не меняется от удаления из него счетного множества

№1

дано бесконечное множество А. Значит в этом множестве есть счетное подмножество N. Выкинем из множества А множество N=> множество B=A-N

если множество А изначально несчетное=> по свойству в) мощность А в этом случае не изменится=> В и А одной мощности => между ними есть взаимнооднозначное соответствие, а это означает эквивалентность (тут эквивалентность с тем, что осталось)

если множество А изначально счетное=>

а) может снизиться, если, например, из всех подряд выкинуть все, кроме одного => А счетное и выкидываемое счетное N - вот они и эквивалентны (тут эквивалентность с тем, что выкинули)

б) может сохраниться если из всех подряд выкинуть четные => либо А эквивалентен к В (тому что осталось после выкидывании N) либо А эквивалентен к N (т.к. они оба счетные)

№2

пусть А эквивалентен к В и не бесконечно, то получаем два конечных множества эквивалентных друг другу (и при этом одно является подмножеством другого, не совпадающим с самим множеством)=> противоречие значит А может только быть бесконечным