

$$P(f: N \rightarrow N) = N^N$$

$$P(f: B \rightarrow A) = A^B$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: Мощность множества всех функций из произвольного множества B в произвольное множество A будем обозначать A^B

1)Показать, что $2^{|N|} > |N|$, где N - счетное множество (т.е. предложить множество ф-ий принимающих ровно

2 значения на элементах множества N, которое мощнее N)

2)Показать, что $2^X > X$, где X - произвольное множество. Указание: рассмотреть множество всех функций, принимающих значения 0 и 1 на элементах множества X

3) $N < 2^N = C < 2^C = F < \dots$ Где N - счетная мощность, C-мощность континуума, F - мощность всех функций, заданных на континууме принимающих значения 0 и 1 и т.д. Проверить, существуют ли в этой цепочке между некоторыми мощностями промежуточные (например, между C и F)

$$2^X > X$$

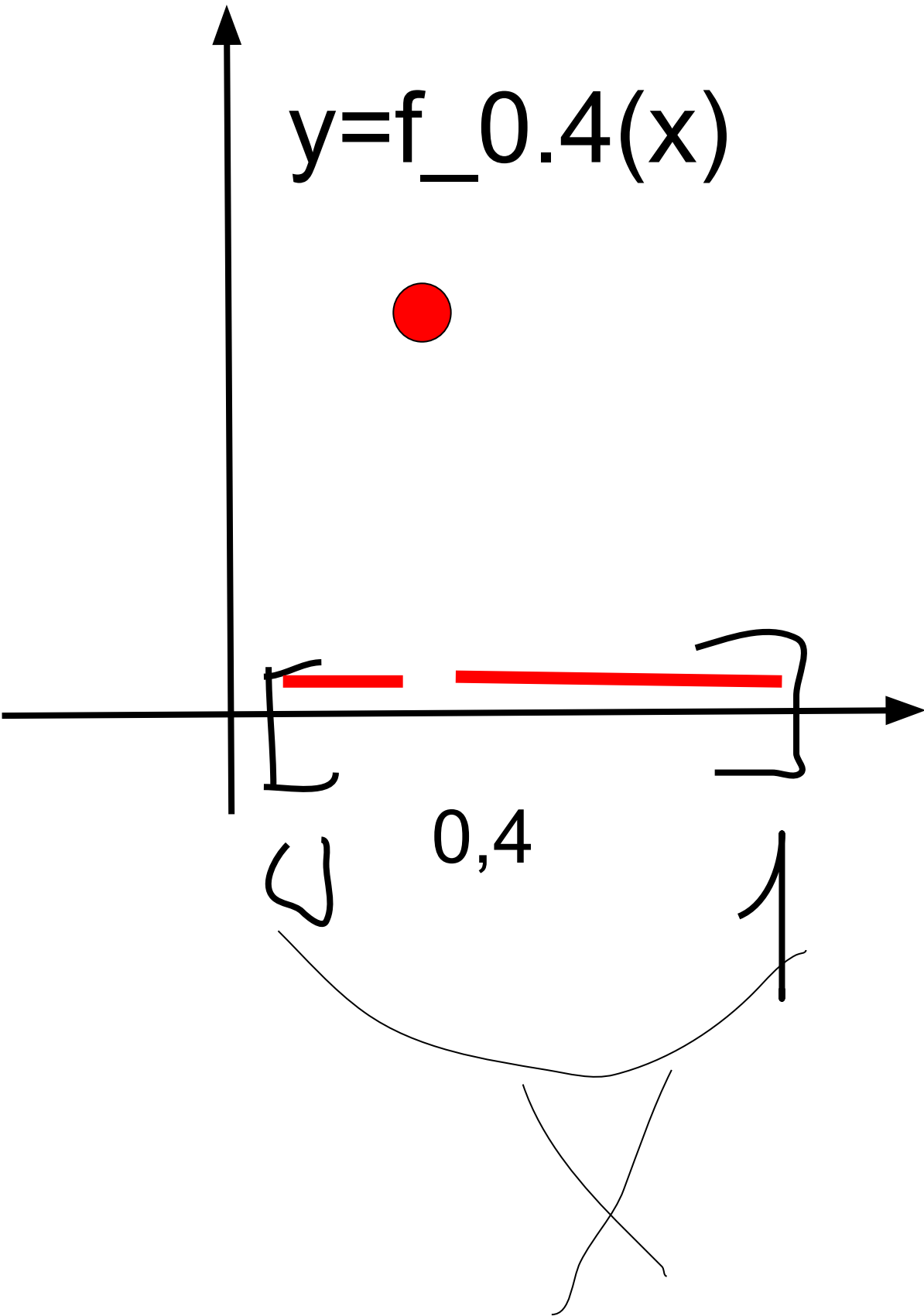
{f} - все ф-ии, принимающие значения 0 и 1 на мн-ве X

часть 1
 $2^X \geq X$

единичная ф-ия {e}
 $f_w(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x=w \\ 0, & \text{если } x \neq w \end{cases}$

{e} лежат в {f}

очевидно, что каждая такая e
 взаимнооднозначно соответствует
 точке множества, которой она
 пронумерована



часть 2
 исключим равенство из неравенства $2^X \geq X$,
 будем рассуждать от противного: пусть верно
 равенство $2^X = X$, тогда существует
 взаимнооднозначное соответствие между всем
 $x \in X$ и ф-ями f из {f}

Обозначим это соответствие:
 элементу c из X будет соответствовать
 произвольная ф-ия $f_c(x)$, принимающая
 только значения 0 и 1.

например
 $c \rightarrow f_c(x) = 1$ при любых x

изучим ф-ии $f_c(x)$, они могут принимать
 значения только 0 и 1

финт ушами
 введем новую ф-ию:
 $h(x) = 1 - f_x(x)$, какие значения может
 принимать h(x) ?
 $h(x) = 0$ или $1 \Rightarrow h(x)$ тоже лежит во мн-ве {f} $\Rightarrow$
 для нее найдется какая-то ф-ия $f_g(x)$ из мн-
 ва всех {f}

Мат анализ - все
 Комплексный анализ - физики
 и математики
 Функциональный анализ -
 математики и умные физики

$$h(x) = 1 - f_x(x) = f_g(x)$$

$$x = g$$

$$1 - f_g(g) = f_g(g)$$

$f_g(g) = 1/2$ - противоречит определению f_c , потому
 что f_c может принимать значения только 0 и 1

теория струн XX
 век



теория атомов XIX
 век

