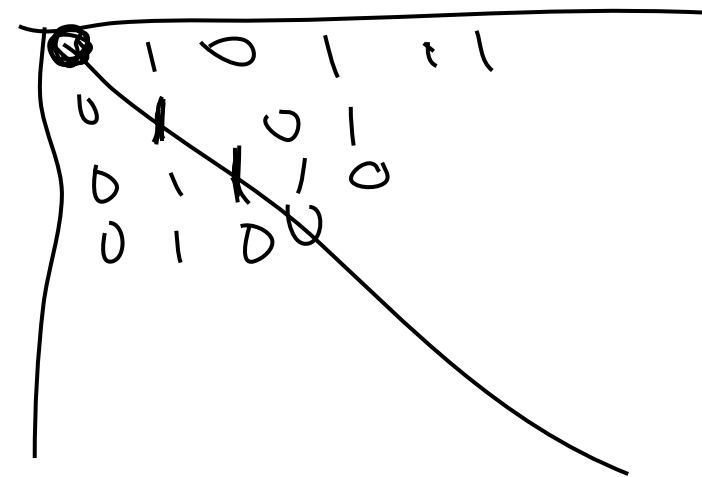
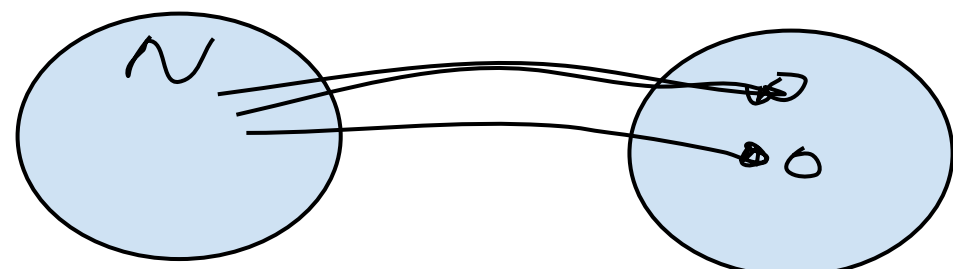


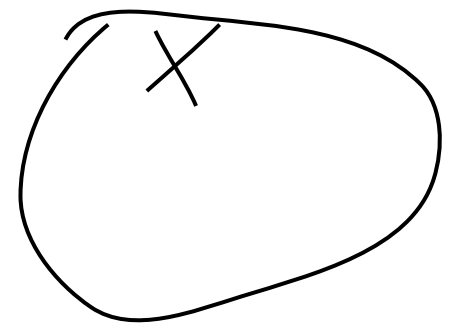
1) Показать, что $2^N > N$, где N - счетное множество (т.е. предложить множество ϕ -ий принимающих ровно 2 значения на элементах множества N , которое мощнее N)



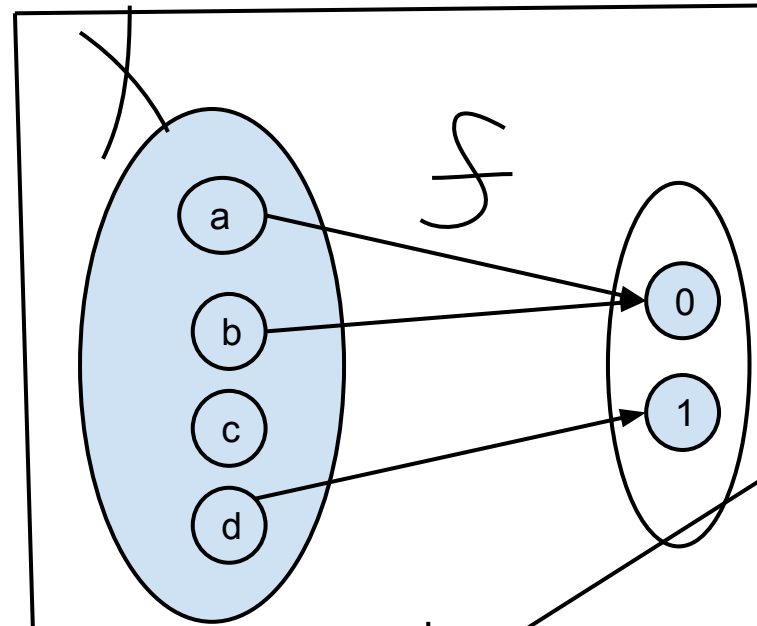
3) $N < 2^N = C < 2^C = F < \dots$ Где N - счетная мощность, C - мощность континуума, F - мощность всех функций, заданных на континууме принимающих значения 0 и 1 и т.д. Проверить, существуют ли в этой цепочке между некоторыми мощностями промежуточные (например, между C и F)

мощность континуума - мощность всех последовательностей из 0 и 1 длины N , тогда множество всех ϕ -ий на натур числах тоже имеет мощность континуума

2) Показать, что $2^X > X$, где X - произвольное множество. Указание: рассмотреть множество всех функций, принимающих значения 0 и 1 на элементах множества X



одна ϕ -ия описывает некоторое подмножество тогда множество ϕ -ий мощнее, тк множество всех подмножеств мощнее



среди всех таких ϕ -ий выберем подмножество - единичные ϕ -ии

$$f_a(x) = \begin{cases} 1, & x = a \\ 0, & x \neq a \end{cases}$$

$$|f_a| = |X|$$

$$N \rightarrow 2^N$$

$$|F| \geq |X|$$

пусть есть взаимнооднозначное соответствие между множеством $\{f\}$ и множеством элементов из множества X , тогда обозначим через f_a ϕ -ию, соответствующую элементу a при этом соответствии (это f_a никакого отношения к не имеет)

составим ϕ -ию $\phi(x) = 1 - f_x(x)$
 $\phi(x)$ принимает только значения 0 и 1 (если из 1 вычесть либо 0 либо 1 получится либо 0 либо 1)

какому элементу соответствует $\phi(x)$?
 пусть она **соответствует** элементу b , а для элемента **b** в **свою очередь найдется $f_b(x)$**

$$\begin{aligned} \phi(x) &= f_b(x) \\ 1 - f_x(x) &= f_b(x) \\ \text{а подставим-ка } b \\ 1 - f_b(b) &= f_b(b) \\ f_b(b) &= \frac{1}{2} - \text{невозможно} \end{aligned}$$