ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1:
назовем множество ***частично упорядоченным*** **ЧП** , если для каждой пары его элементов можно ввести отношение порядка <= такое, что
а) a<=b и b<=c => a<=c
б) a<=a
в) a<=b и b<=a => a=b

$a<b$ и $b<c \Rightarrow a<c$

это значит, что если 2 элемента a и c сравнимы с элементом b **по разные стороны** от него, то они сравнимы друг с другом

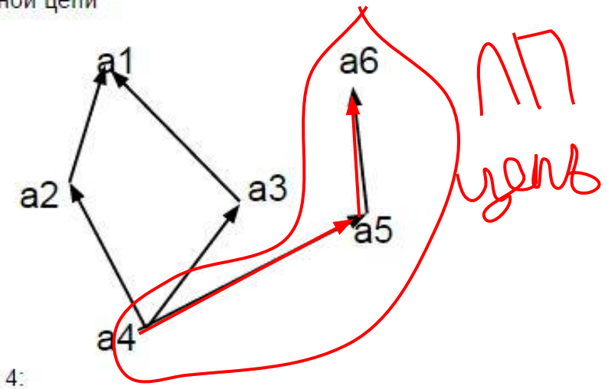
частичный порядок означает, что некоторые элементы могут вообще несравнимы

линейный порядок гарантирует, что любые 2 сравнимы

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2:
множество называется ***линейно-упорядоченным*** **ЛП**, если оно ЧП и любые 2 элементы сравнимы, т.е. для любых различных элементов A и B либо A>B, либо B>A

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3:
цепью будем называть линейно упорядоченное подмножество ЧП множества

ЗАДАЧА 1
Проверить, что изображенное ниже множество является ЧП по высоте (отношение <= выше ниже), сравнимы между собой лишь те, кто находится на одной цепи



любое ЧП множество можно описать некоторым (возможно бесконечным) направленным графом, где стрелочки задают способ сравнения и показывают кто сравним, а кто нет

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4:
элемент A называется ***максимальным*** [***минимальным***], если A<=X [A>=X]] => A=X (где X тоже элемент множества)
ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5:
элемент A называется ***наибольшим*** [***наименьшим***], если для любого элемента X: A>=X [A<=X]]

Про наибольший/максимальный элементы есть пример с коробками: наибольшая коробка --- это та, в которую можно положить все остальные, а максимальная --- которую никуда нельзя положить. Вообще говоря это не одно и то же; легко придумать конкретные примеры коробок. Максимальных коробок может быть сколько угодно.

ЗАДАЧА 2
Найти на рисунке задачи 1 максимальные, минимальные, наибольшие, наименьшие элементы

максимальное - это то, выше которого нет никого (и таких может быть несколько)

наибольшее - это то, кто больше всех остальных

ДРУГОЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЧП

1) для любых $x, y \in P$ либо $x \leqslant y$, либо $y \leqslant x$;
2) если $x \leqslant y$ и $y \leqslant x$, то $x = y$;
3) если $x \leqslant y$ и $y \leqslant z$, то $x \leqslant z$;