

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1:

назовем множество **частично упорядоченным ЧП**, если для каждой пары его элементов можно ввести отношение порядка \leq такое, что

- a) $a \leq b$ и $b \leq c \Rightarrow a \leq c$
- б) $a \leq a$
- в) $a \leq b$ и $b \leq a \Rightarrow a = b$

$$(a \leq b \wedge b \leq c \Rightarrow a \leq c)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2:

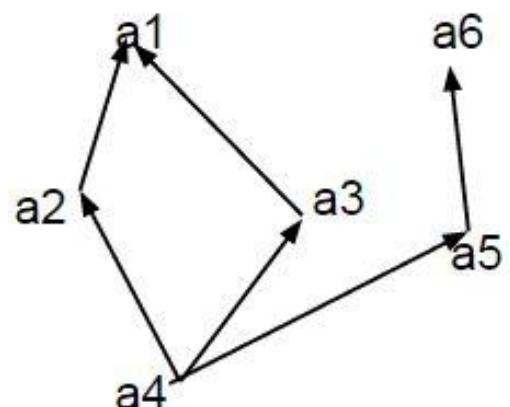
множество называется **линейно-упорядоченным ЛП**, если оно ЧП и любые 2 элементы сравнимы, т.е. для любых различных элементов A и B либо $A > B$, либо $B > A$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3:

цепью будем называть линейно упорядоченное подмножество ЧП множества

ЗАДАЧА 1

Проверить, что изображенное ниже множество является ЧП по высоте (отношение \leq выше ниже), сравнимы между собой лишь те, кто находится на одной цепи



a4- наименьшее
наибольшего нет
a1,a6-максимальные
a4-минимальное

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4:

элемент A называется **максимальным [минимальным]**, если $A \leq X$ [$A \geq X$] $\Rightarrow A = X$ (где X тоже элемент множества)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5:

элемент A называется **наибольшим [наименьшим]**, если для любого элемента X: $A \geq X$ [$A \leq X$]]

Про наибольший/максимальный элементы есть пример с коробками: наибольшая коробка --- это та, в которую можно положить все остальные, а максимальная --- которую нигде нельзя положить. Вообще говоря это не одно и то же; легко придумать конкретные примеры коробок. Максимальных коробок может быть сколько угодно.

ЗАДАЧА 2

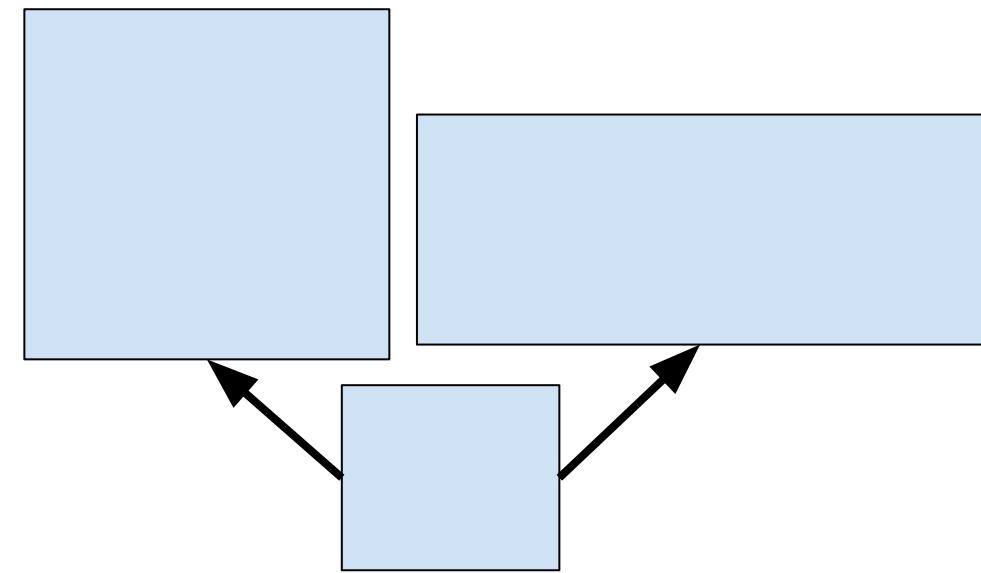
Найти на рисунке задачи 1 максимальные, минимальные, наибольшие, наименьшие элементы

это значит, что если 2 элемента a и c сравнимы с элементом b по разные стороны от него, то они сравнимы друг с другом

частичный порядок означает, что некоторые элементы могут вообще несравнимы

линейный порядок гарантирует, что любые 2 сравнимы

ЧП на пространстве коробок



любое ЧП множество можно описать некоторым (возможно бесконечным) направленным графом, где стрелочки задают способ сравнения и показывают кто сравним, а кто нет

максимальное - это то, выше которого нет никого (и таких может быть несколько)

наибольшее - это то, что больше всех остальных

ДРУГОЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЧП

- 1) для любых $x, y \in P$ либо $x \leq y$, либо $y \leq x$;
- 2) если $x \leq y$ и $y \leq z$, то $x \leq z$;
- 3) если $x \leq y$ и $y \leq z$, то $x \leq z$;