



В последовательности 19752... каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы предыдущих четырёх цифр. Встретится ли в этой последовательности:

а) набор цифр 1234; 3269;

б) вторично набор 1975;

в) набор 8197;

четная после 4х нечетных, потому что иначе четная не сможет появиться

НННН=Ч

ЧННН=Н

НЧНН=Н

ННЧН=Н

НННЧ=Н

Условие

Автор: Гуревич Г.А.

197523779691516355921799615130935749553255574179185373819190997501168611

В последовательности 19752... каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы предыдущих четырёх цифр. Встретится ли в этой последовательности: а) набор цифр 1234; 3269; б) вторично набор 1975; в) набор 8197?

Также доступны документы в формате [TeX](#)

НННЧ

ННЧН

НЧНН

ЧННН

НННН

Решение

а) Достаточно заметить, что в последовательности 1975... после каждой чётной цифры идут подряд четыре нечётные цифры (такие четвёрки периодически повторяются). Поэтому четвёрка 1 2 3 4 в этой последовательности встретиться не может. Четвёрка 3 2 6 9 тоже встретиться не может.

б) В условии задачи дано правило, как по четырём рядом стоящим цифрам определять следующую цифру. Попробуем сделать наоборот: по четырём рядом стоящим цифрам $a b c d$ определить предшествующую им цифру x . Поскольку цифра d следует за четвёркой цифр $x a b c$, то цифра d равна последней цифре суммы $x + a + b + c$, значит, $x + a + b + c = 10k + d$ при некотором целом k . Отсюда, $x = 10k + (d - a - b - c)$. Поскольку x — цифра, то из последнего выражения следует, что x равно остатку от деления на 10 числа $(d - a - b - c)$. Разделить число p на число q с остатком, — значит, найти числа s и r такие, что $p = sq + r$ и $0 \leq r < q$. (Обратите внимание, что остаток от деления числа -13 на 10 равен 7 , а не -3 .) Остаток от деления одного целого числа на другое определяется однозначно; значит, цифра x также определяется однозначно. Например, чтобы определить цифру, предшествующую четвёрке 1 9 7 5, надо от 5 отнять 1, 9, 7 и разделить полученное число (-12) с остатком на 10. В остатке получим 8; значит цифра 8 предшествует четвёрке 1 9 7 5. Итак, мы доказали следующее утверждение: двум одинаковым четвёркам цифр, стоящих рядом в последовательности 197523..., предшествует одна и та же цифра. Поскольку различных четвёрок цифр конечное число, а именно, 10000 штук, — то в бесконечной последовательности 197523... какая-то четвёрка встретится вторично. Пусть это будет четвёрка цифр a, b, c, d . Тогда последовательность имеет вид

$$197523 \dots x a b c d \dots y a b c d \dots$$

Напишем под этой последовательностью эту же последовательность ещё раз, но "сдвинутую" так, чтобы под первой четвёркой $a b c d$ оказалась вторая. Согласно доказанному выше утверждению $x = y$. Аналогично, совпадают цифры и в предшествующем x и y столбце, и так далее. Поэтому под четвёркой 1 9 7 5 в "верхней" последовательности стоит четвёрка 1 9 7 5 в "нижней" последовательности. А это и означает, что четвёрка 1 9 7 5 встречается в последовательности 1 9 7 5 2 3 ... вторично.

в) Как было показано выше, перед четвёркой цифр 1 9 7 5, встречающейся в последовательности 1 9 7 5 2 3 ... во второй раз, будет стоять цифра 8. Значит, в рассматриваемой последовательности встретится четвёрка 8 1 9 7.