

Алгоритм Левенштейна

```
function distance($source, $dest) {
    if ($source == $dest) {
        return 0;
    }

    list($slen, $dlen) = [strlen($source), strlen($dest)];

    if ($slen == 0 || $dlen == 0) {
        return $dlen ? $dlen : $slen;
    }

    $dist = range(0, $dlen);
    //Array ( [0] => 0 [1] => 1 [2] => 2 [3] => 3 [4] => 4 [5] => 5 [6]
    => 6 [7] => 7 [8] => 8 [9] => 9 [10] => 10 [11] => 11 [12] => 12 )

    for ($i = 0; $i < $slen; $i++) {
        $dist = [$i + 1];
        for ($j = 0; $j < $dlen; $j++) {
            $cost = ($source[$i] == $dest[$j]) ? 0 : 1;
            $dist[$j + 1] = min(
                $dist[$j + 1] + 1, // deletion
                $dist[$j] + 1, // insertion
                $dist[$j] + $cost // substitution
            );
        }
        $dist = $_dist;
    }

    return $dist[$dlen];
}

$source = 'PHP';
$dest = 'new PHP test';

echo distance($source, $dest) . "\n";
echo levenshtein($source, $dest); // built-in PHP function
```

S_1, S_2 - строки длиной M, N , $d(S_1, S_2)$ - расстояние Левенштейна, тогда рекуррентное соотношение

$d(S_1, S_2) = D(M, N)$, где

$$D(i, j) = \begin{cases} 0, & i = 0, j = 0 \\ i, & j = 0, i > 0 \\ j, & i = 0, j > 0 \\ \min\{ \\ \quad D(i, j - 1) + 1, \\ \quad D(i - 1, j) + 1, \\ \quad D(i - 1, j - 1) + m(S_1[i], S_2[j]) \\ \} & j > 0, i > 0 \end{cases}$$

$m(a, b) = 0$, если $a = b$, иначе 1

$D(M, N)$

Пусть S_1 кончается на символ «a», S_2 кончается на символ «b». Есть три варианта:

- 1) Символ «a», на который кончается S_1 , в какой-то момент был стёрт. Сделаем это стирание первой операцией. Тогда мы стёрли символ «a», после чего превратили первые $i-1$ символов S_1 в S_2 (на что потребовалось $D(i-1, j)$ операций), значит, всего потребовалось $D(i-1, j) + 1$ операций
- 2) Символ «b», на который кончается S_2 , в какой-то момент был добавлен. Сделаем это добавление последней операцией. Мы превратили S_1 в первые $j-1$ символов S_2 , после чего добавили «b». Аналогично предыдущему случаю, потребовалось $D(i, j-1) + 1$ операции
- 3) Оба предыдущих утверждения неверны. Если мы добавляли символы справа от финального «a», то, чтобы сделать последним символом «b», мы должны были или в какой-то момент добавить его (но тогда утверждение 2 было бы верно), либо заменить на него один из этих добавленных символов (что тоже невозможно, потому что добавление символа с его последующей заменой неоптимально). Значит, символов справа от финального «a» мы не добавляли. Самого финального «a» мы не стирали, поскольку утверждение 1 неверно. Значит, единственный способ изменения последнего символа — его замена. Заменять его 2 или больше раз неоптимально. Значит,
 - 1) Если $a = b$, мы последний символ не меняли. Поскольку мы его также не стирали и не приписывали ничего справа от него, он не влиял на наши действия, и, значит, мы выполнили $D(i-1, j-1)$ операций.
 - 2) Если $a \neq b$ мы последний символ меняли один раз. Сделаем эту замену первой. В дальнейшем, аналогично предыдущему случаю, мы должны выполнить $D(i-1, j-1)$ операций, значит, всего потребуется $D(i-1, j-1) + 1$