На числовой прямой даны два отрезка: P = [5, 30] и Q = [14, 23]. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*.

Ответ: 9.

```
max_ = 0
max1 = 0
max2 = 0
for a1 in range(4, 40):
   for a2 in range(a1, 40):
       f = 0
       for x in range(1, 1000):
           if (((5 <= x <= 30) == (14 <= x <= 23)) <= int(not(a1 <= x <= a2))) != 1:
               f = 1
               break
       if f == 0:
           if a2 - a1 > max_:
               max_ = a2 - a1
               max1 = a1
               max2 = a2
x = max1 - 0.9
if (((5 <= x <= 30) == (14 <= x <= 23)) <= int(not(max1 - 0.9 <= x <= max2 + 0.9))) == 1:
   max_ += 1
x = max2 + 0.9
if (((5 <= x <= 30) == (14 <= x <= 23)) <= int(not(max1 - 0.9 <= x <= max2 + 0.9))) == 1:
   max_ += 1
print(max_, max1, max2)
```

Решение.

Знаком ~ обозначается операция эквивалентности (результат X ~ Y — истина, если значения X и Y совпадают).

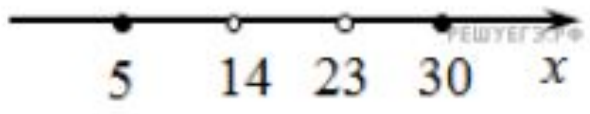
Введем обозначения:

$$(x \in P) \equiv P;\ (x \in Q) \equiv Q;\ (x \in A) \equiv A.$$

Тогда, применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg(P \sim Q) \vee \neg A \Leftrightarrow \neg(P \sim Q) \vee \neg A = 1.$$

Выражение ¬(P ~ Q) истинно только тогда, когда *x* ∈ [5; 14) и *x* ∈ (23; 30] (см. рисунок). В таком случае, для того, чтобы выражение было истинно при любом *x*, A должно лежать либо в промежутке [5; 14), либо (23; 30]. Следовательно, наибольшая возможная длина промежутка равна 14 − 5 = 9.



Ответ: 9.