На числовой прямой даны два отрезка: P = [25; 50] и Q = [32; 47]. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула

$$(\neg (x \in A) \to (x \in P)) \to ((x \in A) \to (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

Ответ: 15.

```
max_ = 0
max1 = 0
max2 = 0
for a1 in range(4, 60):
   for a2 in range(a1, 60):
       f = 0
       for x in range(1, 1000):
           if ((int(not(a1 <= x <= a2)) <= (25 <= x <= 50)) <= ((a1 <= x <= a2) <= (32 <= x <= 47))) != 1:
               f = 1
               break
       if f == 0:
           if a2 - a1 > max_:
               max_ = a2 - a1
               max1 = a1
               max2 = a2
x = max1 - 0.9
a1 = max1 - 0.9
a2 = max2 + 0.9
if ((int(not(a1 <= x <= a2)) <= (25 <= x <= 50)) <= ((a1 <= x <= a2) <= (32 <= x <= 47))) == 1:
   max_ += 1
x = max2 + 0.9
if ((int(not(a1 <= x <= a2)) <= (25 <= x <= 50)) <= ((a1 <= x <= a2) <= (32 <= x <= 47))) == 1:
   max_ += 1
print(max_, max1, max2)
```

Решение.

Преобразуем данное выражение:

$$(\neg (x \in A) \to (x \in P)) \to ((x \in A) \to (x \in Q))$$
$$((x \in A) \vee (x \in P)) \to ((x \notin A) \vee (x \in Q))$$
$$\neg((x \in A) \vee (x \in P)) \vee ((x \notin A) \vee (x \in Q))$$
$$(x \notin A) \wedge (x \notin P) \vee (x \notin A) \vee (x \in Q)$$
$$(x \notin A) \vee (x \in Q)$$

Таким образом, либо x должен принадлежать Q, либо не принадлежать A. Это значит, что для достижения истинности для всех x, необходимо, чтобы A полностью содержался в Q. Тогда максимум, каким он сможет стать, это всем Q, то есть длиной 15.

Ответ: 15.