Обозначим через **ДЕЛ**(*n*, *m*) утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*».
Для какого наибольшего натурального числа *A* формула

$$\neg\text{ДЕЛ}(x, A) \to (\text{ДЕЛ}(x, 6) \to \neg\text{ДЕЛ}(x, 4))$$

Ответ: 12.

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *x*)?

```
a = 100000
while a > 1:
   f = 0
   for x in range(10000):
       if (int(not(x % a == 0)) <= ((x % 6 == 0) <= int(not(x % 4 == 0)))) != 1:
           f = 1
           break
   if f == 0:
       print(a)
       break
   a -= 1
```

Решение.

Введём обозначения *A* = **ДЕЛ**(*x*, *A*), *P* = **ДЕЛ**(*x*, 6) и *Q* = **ДЕЛ**(*x*, 4)

Введём множества:

A — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие *A*

P — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие *P*

Q — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие *Q*

истинным для всех *X* должно быть выражение $\overline{A} \to (P \to \overline{Q})$

Упростим это выражение, раскрыв импликацию по правилу $A \to B = \overline{A} + B$:

$$\overline{A} \to (P \to \overline{Q}) = A + (P \to \overline{Q}) = A + \overline{P} + \overline{Q}$$

из этой формулы видно, что множество А должно перекрыть множество, которое не перекрыто множеством $\overline{P} + \overline{Q}$, то есть перекрыть множество $\overline{\overline{P} + \overline{Q}} = P \cdot Q$. Множество *P* · *Q* — это множество всех чисел, которые делятся одновременно на 4 и 6 (все числа, кратные 4 и 6), то есть, 12, 24, 36 и т. д. (заметим, что 12 — это наименьшее общее кратное чисел 4 и 6). Для того, чтобы перекрыть эти числа, можно выбрать в качестве *A* любой делитель числа 12, то есть, 1, 2, 3, 4, 6 или 12; наибольшее из этих чисел — 12.

Ответ: 12.