

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [17, 46]$ и $Q = [22, 57]$. Отрезок A таков, что приведённая ниже формула истинна при любом значении переменной x :

$$\neg(x \in A) \rightarrow (((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A))$$

Ответ: 24.

Какова **наименьшая** возможная длина отрезка A ?

```
min_ = 10000
min1 = 0
min2 = 0
for a1 in range(1, 60):
    for a2 in range(a1, 60):
        f = 1
        for x in range(1, 1000):
            if (int(not(a1 <= x <= a2)) <= ((17 <= x <= 46) and (22 <= x <= 57)) <= (a1 <= x <= a2)) !=
1:
                f = 0
        if f == 1:
            if a2 - a1 < min_:
                min_ = a2 - a1
                min1 = a1
                min2 = a2
```

Решение.

Введем обозначения: $(x \in A) \equiv A$; $(x \in P) \equiv P$; $(x \in Q) \equiv Q$.

Применив преобразование импликации, получаем:

$$A \vee (\neg(P \cdot Q) \vee A).$$

Применив закон де Моргана и правило упрощения, получаем:

$$\neg P \vee \neg Q \vee A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хоть какое-то из утверждений. Выражение $\neg P$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty, 17) \cup (46, \infty)$, а выражение $\neg Q$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty, 22) \cup (57, \infty)$. Следовательно, A должно быть истинно как минимум на отрезке $[22; 46]$. Длина отрезка равна $46 - 22 = 24$.

Ответ: 24.