

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ».  
Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(90, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 15) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 20)))$$

Ответ: 30.

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

```
a = 100000
while a > 1:
    f = 1
    for x in range(1, 1000):
        if ((90 % a == 0) and (int(not(x % a == 0)) <= ((x % 15 == 0) <= int(not(x % 20 == 0)))) != 1:
            f = 0
            break
    if f == 1:
        print(a)
        break
    a -= 1
```

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ».

Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(90, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 15) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 20)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**Решение.**

Рассмотрим такие  $x$ , при которых скобка  $(\text{ДЕЛ}(x, 15) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 20))$  будет ложной. Это  $x$ , которые одновременно делятся без остатка на 15 и на 20. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 60.

Следовательно, для  $x = 60$  выражение  $\neg \text{ДЕЛ}(x, A)$  должно быть ложным, то есть число 60 должно делиться на  $A$ , также на  $A$  должно делиться число 90. Наибольшим таким  $A$  является число 30. Это и будет ответ.

Ответ: 30.