

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».
Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(120, A) \wedge (\text{ДЕЛ}(x, 36) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)))$$

Ответ: 60.

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

```
a = 100000
while a > 1:
    f = 1
    for x in range(1, 1000):
        if ((120 % a == 0) and ((x % 36 == 0) <= (int(not (x % a == 0)) <= int(not (x % 45 == 0))))) != 1:
            f = 0
            break
    if f == 1:
        print(a)
        break
    a -= 1
```

Решение.

Преобразуем скобку:

$$\text{ДЕЛ}(x, 36) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)) \Leftrightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 36) \vee \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)$$

Рассмотрим такие x , при которых выражение $\neg \text{ДЕЛ}(x, 36) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)$ будет ложным. Это x , которые одновременно делятся без остатка на 36 и на 45. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 180.

Следовательно, необходимо подобрать такое число, которое будет являться наибольшим общим делителем для $x = 120$ и $x = 180$. Наибольшим таким A является число 60. Это и будет ответ.

Ответ: 60.