

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».
Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 45) \wedge (\text{ДЕЛ}(750, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(120, x)))$$

Ответ: 90.

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

```
a = 1
while a < 10000:
    f = 1
    for x in range(1, 1000):
        if ((a % 45 == 0) and ((750 % x == 0) <= (int(not(a % x == 0)) <= int(not(120 % x == 0)))) != 1:
            f = 0
            break
    if f == 1:
        print(a)
        break
    a += 1
```

Решение.

Преобразуем скобку:

$$\text{ДЕЛ}(750, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(120, x)) \Leftrightarrow \neg \text{ДЕЛ}(750, x) \vee \text{ДЕЛ}(A, x) \vee \neg \text{ДЕЛ}(120, x)$$

Рассмотрим такие x , при которых выражение $\neg \text{ДЕЛ}(750, x) \vee \neg \text{ДЕЛ}(120, x)$ будет ложным. Это x , на которые одновременно делятся без остатка 750 и 120. Наибольший общий делитель этих чисел равен 30.

Следовательно, необходимо подобрать такое число, которое будет являться наименьшим общим кратным для чисел 30 и 45. Наименьшим таким A является число 90. Это и будет ответ.

Ответ: 90.