

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 40) \wedge (\text{ДЕЛ}(780, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(180, x)))$$

Ответ: 120.

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

```
a = 1
while a < 10000:
    f = 1
    for x in range(1, 1000):
        if ((a % 40 == 0) and ((780 % x == 0) <= (int(not (a % x == 0)) <= int(not (180 % x == 0)))) != 1:
            f = 0
            break
    if f == 1:
        print(a)
        break
    a += 1
```

### Решение.

Преобразуем скобку:

$$\text{ДЕЛ}(780, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(180, x)) \Leftrightarrow \neg \text{ДЕЛ}(780, x) \vee \text{ДЕЛ}(A, x) \vee \neg \text{ДЕЛ}(180, x)$$

Рассмотрим такие  $x$ , при которых выражение  $\neg \text{ДЕЛ}(780, x) \vee \neg \text{ДЕЛ}(180, x)$  будет ложным. Это  $x$ , на которые одновременно делятся без остатка 780 и 180. Наибольший общий делитель этих чисел равен 60.

Следовательно, необходимо подобрать такое число, которое будет являться наименьшим общим кратным для чисел 60 и 40. Наименьшим таким  $A$  является число 120. Это и будет ответ.

Ответ: 120.