

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [30, 45]$ и $Q = [40, 55]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной x :

$$(\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P)))$$

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in A))$$

Решение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$A \vee \neg P$$

$$\neg Q \vee A$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Эти выражения должны быть истинны для любого x . Тогда выражение A должно быть истинно на отрезке $[30;45]$ и на отрезке $[40;55]$. Значит, наименьшая возможная длина интервала A равна $55 - 30 = 25$.

Ответ: 25.