На числовой прямой даны два отрезка: D = [17; 58] и C = [29; 80]. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка A, для которого логическое выражение

$$(x \in D) \to ((\neg(x \in C) \land \neg(x \in A)) \to \neg(x \in D))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

Решение.

Введем обозначения:

$(x \in A) \equiv A$; $(x \in C) \equiv C$; $(x \in D) \equiv D$.

Применив преобразование импликации, получаем:

$$D \to (\neg C \land \neg A) \to \neg D \Leftrightarrow \neg D \lor C \lor A \lor \neg D \Leftrightarrow \neg D \lor A \lor C.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg D \lor C$ истинно на множестве $(-\infty, 17) \cup [29, \infty)$. Тогда A должно быть истинным на множестве [17; 29). Значит, наименьшая возможная длина интервала A равна $29 - 17 = 12$.

Ответ: 12.