

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 40]$, $Q = [5, 15]$ и $R = [35, 50]$. Какова наименьшая возможная длина промежутка A , что формула

$$((x \in A) \vee (x \in P)) \vee ((x \in Q) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Решение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in R) \equiv R.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(A \vee P) \vee (Q \rightarrow R) = A \vee P \vee \neg Q \vee R.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $P \vee R = 1$ удовлетворяет отрезок $[10; 50]$, условие $P \vee \neg Q \vee R = 1$ истинно на множестве $(-\infty; 5) \cup [10; \infty)$. Поскольку выражение $A \vee P \vee \neg Q \vee R$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинно на полуинтервале $[5; 10)$. Значит, наименьшая возможная длина интервала A равна $10 - 5 = 5$.

Ответ: 5.

Примечание 1.

О длине отрезка написано в примечании к задаче [11119](#).

Примечание 2.

Предостерегаем читателей от решения этой и подобных задач с помощью программ, реализующих метод перебора. В программах, которые предлагают наши читатели, в качестве границ отрезка используются целые числа, и длина отрезка определяется как разность между ними. Такие программы будут давать неверный результат, если интервал A не является отрезком, то есть одна или обе из его границ ему не принадлежат.