На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10,15]$, $Q = [10,20]$ и $R=[5,15]$. Какова наименьшая возможная длина интервала $A$, что формулы

$(x \in A) \to (x \in P)$ и

$(x \in Q) \to (x \in R)$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной $x$ (за исключением, возможно, конечного числа точек).

**Решение.**

Введем обозначения:

$(x \in A) \equiv A$; $(x \in P) \equiv P$; $(x \in Q) \equiv Q$; $(x \in R) \equiv R$.

Применив преобразование импликации, получаем:

$(\neg A \vee P)$ и

$(\neg Q \vee R)$

$R \vee \neg Q$ ложно тогда, когда $x \in (15;20]$. Выражение $\neg A \vee P$ должно быть ложно на этом же интервале. Выражение $P$ на нем ложно, следовательно, стоит потребовать, чтобы $\neg A$ было ложно на интервале $(15;\ 20]$ и истинно по крайней мере на интервале $(-\infty;\ 10) \cup (20;\ \infty)$. Если $\neg A$ ложно, то $A$ истинно. Значит, наименьшая возможная длина интервала $A$ равна 5.

Ответ: 5.