На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [52, 92]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A, что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

Решение.

Введем обозначения:

$(x \in A) \equiv A$; $(x \in P) \equiv P$; $(x \in Q) \equiv Q$.

Преобразовав, получаем:

$$\neg(\neg A \wedge P) \vee Q = A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $\neg P \vee Q = 1$ удовлетворяют лучи $(-\infty;12)$ и $[52; +\infty)$. Поскольку выражение $A \vee \neg P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинно на отрезке $[12, 52)$. Значит, наименьшая возможная длина интервала A равна $52 - 12 = 40$.

Ответ: 40.