Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

(ДЕЛ(x, 3) → ¬ДЕЛ(x, 5)) ∨ ($x + A \geq 90$)

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x?

Решение.

Преобразуем скобку:

(ДЕЛ(x, 3) → ¬ДЕЛ(x, 5)) ∨ ($x + A \geq 90$) ⇔ ¬ДЕЛ(x, 3) ∨ ¬ДЕЛ(x, 5) ∨ ($x + A \geq 90$)

Рассмотрим такие x, при которых выражение ¬ДЕЛ(x, 3) ∨ ¬ДЕЛ(x, 5) будет ложным. Это x, которые одновременно делятся без остатка 3 и 5. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 15. Теперь рассмотрим неравенство ($x + A \geq 90$). Поскольку число A должно быть таким, чтобы формула всегда была тождественна истинна, наименьшее такое число A — 75.

Приведём программу на Python:

```
for A in range(1, 10000):
    T=True
    for x in range(1, 10000):
        T=T*(((x%3)!=0) or ((x%5)!=0) or (x+A>=90))
    if T:
        print(A)
        break
```

Ответ: 75.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for A in range(1, 101):
    k = 0
    for x in range(1, 1000):
        if ((x % 3 == 0) <= (x % 5 != 0)) or (x + A >= 90):
            k += 1
    if k == 999:
        print(A)
        break
```