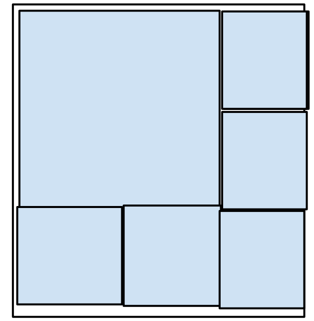
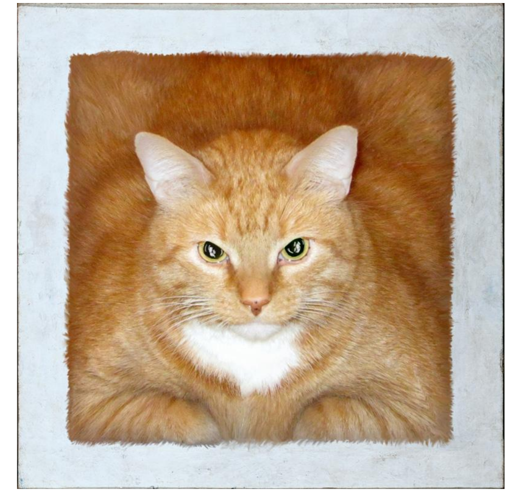
Докажите что квадрат можно разрезать на любое число квадратов начиная с 6





А Олег увлекся разрезаниями. Вот он и задумался: верно ли, что квадрат можно разрезать на любое число квадратов (не обязательно равных), начиная с 6?

Ответ Решение

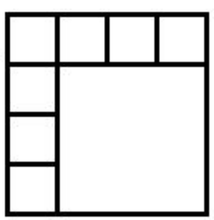
Ответ. Можно.

Решение.

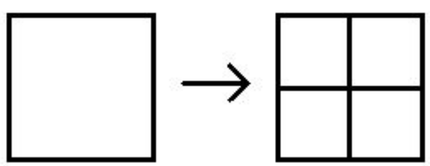
1. Заметим, что квадрат можно разрезать на любое четное число квадратов, начиная с 4. Как получить $2n$ квадратов, показано на рисунке. Вдоль двух сторон исходного квадрата разместятся по n квадратов со стороной a/n (где a — сторона исходного квадрата). Всего таких маленьких квадратиков получится $2n - 1$ (один из них граничит сразу с двумя сторонами исходного квадрата). Оставшаяся часть будет также квадратом, но со стороной длины $a\cdot(n-1)/n$.

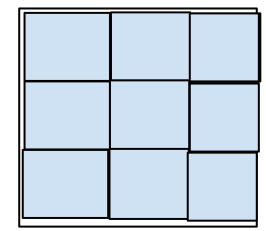
2. Если уже построено разбиение исходного квадрата на $2n$ квадратов, то можно легко получить его разбиение на $2n + 3$ квадратов. Для этого любой квадрат данного разбиения надо разделить на четыре равных квадрата. Таким образом, с учетом пункта 1 мы можем получить разбиение на любое нечетное число квадратов, начиная с 4+3=7. Теперь задача полностью решена.

1.



2.





Условие

Докажите, что квадрат можно разрезать на *n* квадратов для любого *n*, начиная с шести.

Решение

Если квадрат допускает разбиение на *n* квадратов, то он допускает разбиение и на *n* + 3 квадрата (достаточно один из квадратов разрезать на четыре). Разобьем все натуральные числа на три арифметические прогрессии $n = 3k$, $n = 3k + 1$, $n = 3k + 2$, и в каждой из них найдем минимальное *n*, для которого задача имеет решение. В первой прогрессии минимальное такое *n* равно 6, во второй — 4, в третьей — 8. (Требуемые разбиения строятся из квадратов 3×3, 2×2 и 5×5.