

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: сравнение бесконечных множеств основано на идее взаимнооднозначного соответствия, множества имеющие такое соответствие называются РАВНОМОЩНЫМИ, иначе НЕРАВНОМОЩНЫМИ

Доказать, что множество натуральных чисел равномощно
в) всем алгебраическим уравнения с целыми коэффициентами $a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$

1, 2, 3, 4, 5, ... ∞
AU

алгебраические уравнения 1 способ

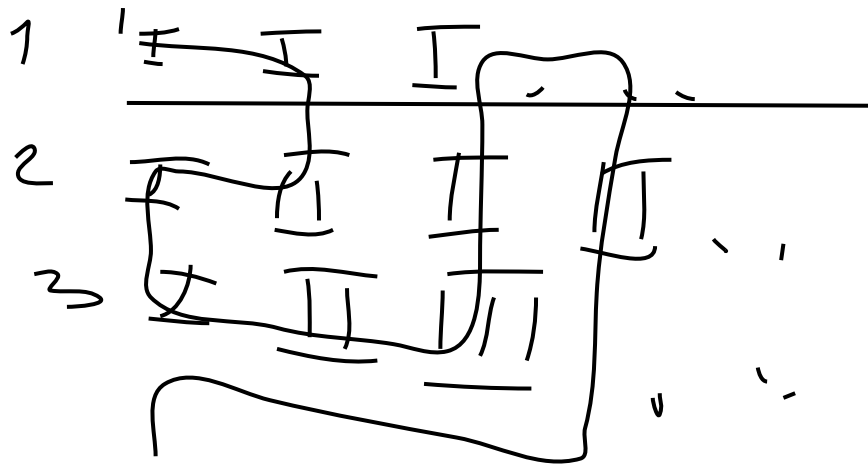
ур-ия 1-ой степени
х выразим, получатся
рациональные числа, а их
мы нумеровать умеем

ур-ия 2-ой
степени
 x^2 выражаем

те у кого
есть х в
одну
гостиницу

те у кого
нет х в
одну
гостиницу

алгебраические уравнения 2 способ



ур-ия 1-ой степени

ур-ия 2-ой степени

ур-ия 3-ей степени

способ нумеровать, например
квадратные уравнения
 $a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0 \leftrightarrow (a_2, a_1, a_0)$
 $b_2 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + b_0 = 0 \leftrightarrow$

...
наборов $(a_2, a_1, a_0), (b_2, b_1, b_0)$ счетно
т.к.
наборов $a_{21} = (a_2, a_1)$, $b_{21} = (b_2, b_1)$
счетно как рац чисел и наборов (a_{21}, a_0) ,
 (b_{21}, b_0) счетно по той же причине

алгебраические уравнения 3 способ

$a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$
каждому ур-ию ставим в соответствие высоту
 $h = n + |a_0| + |a_1| + \dots + |a_n|$
ур-ия высоты 2
 $x = 0$
 $-x = 0$
ур-ия высоты 3
 $x + 1 = 0$
 $2x = 0$
 $-2x = 0$
 $-x + 1 = 0$
 $-x - 1 = 0$
 $x - 1 = 0$
 $x^2 = 0$
 $-x^2 = 0$

сложно предсказать номер каждого ур-ия,
но есть способ без высоты на другой идее:
 $2x^2 - x + 1 = 0$ - хотим дать ему номер
4 3 2 - номера коэффициентов в нумерации
целых чисел
у нас есть простые числа, первые 3 простых
числа 2, 3, 5

номер = $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$

уравнений данной
высоты "n" конечное
число, т.к.

каждый коэффициент
лежит от
 $[-n; n]$ длина диапазона =
 $2n+1$
(т.к. ноль ещё)

а коэф-тов не более
чем n, т.е. верхняя
оценка - ур-ий не более
 $(2n+1)^n$ - конечное
число

все целые числа
нумеровать умеем
0 - 1
1 - 2
-1 - 3
2 - 4
-2 - 5