

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: сравнение бесконечных множеств основано на идее взаимнооднозначного соответствия, множества имеющие такое соответствие называются **РАВНОМОЩНЫМИ**, иначе **НЕРАВНОМОЩНЫМИ**

Доказать, что множество натуральных чисел равномощно

в) всем алгебраическим уравнения с целыми коэффициентами $a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$

$x+1=0$ $2x+1=0$ $4x+5=0$

1, 2, 3, 4, 5, ... ∞
AU

Неэффективный подход

... $x-3=0; x-2=0; x-1=0; x+1=0; x+2=0; x+3=0...$
 ... $2x-3=0; 2x-2=0; 2x-1=0; 2x+1=0; 2x+2=0; 2x+3=0...$
 ... $3x-3=0; 3x-2=0; x-1=0; x+1=0; x+2=0; x+3=0...$

... $-2x^2-x-1; -x^2-x-1; x^2+x+1; 2x^2+x+1...$
 ... $-2x^2+x-1; -x^2+x-1; x^2-x+1; 2x^2-x+1...$
 ... $-2x^2-x+1; -x^2-x+1; x^2+x-1; 2x^2+x-1...$
 ... $-2x^2+x+1; -x^2+x+1; x^2-x-1; 2x^2-x-1...$
 ... $-2x^2+2x+1; -x^2+2x+1; x^2-2x-1; 2x^2-2x-1...$
 ... $-2x^2+x+2; -x^2+x+2; x^2-x-2; 2x^2-x-2...$
 ... $-2x^2+2x+2; -x^2+2x+2; x^2-2x-2; 2x^2-2x-2...$

1-ЫЙ ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОДХОД

Каждому уравнению n-ой степени соответствует набор n+1 длины (но из целых чисел: а не из натуральных)

(a1,a2) - $a_1x+a_2=0$
 (a1,a2,a3) - $a_1x^2+a_2x+a_3=0$
 (a1,a2,a3,a4)

2-ЫЙ ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОДХОД

$a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$
 каждому ур-ию ставим в соответствие высоту $h = n + |a_0| + |a_1| + \dots + |a_n|$

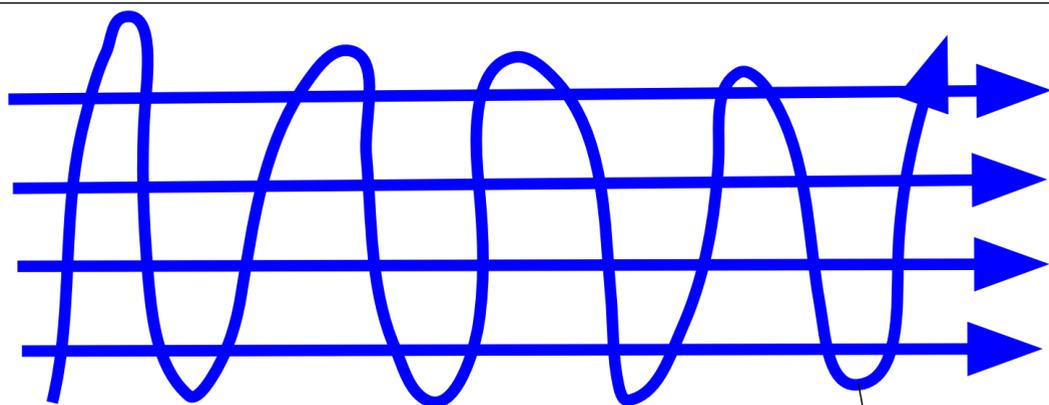
Выпиши все уравнения высоты 2

$x=0$
 $h=1+1+0$
 $-x=0$
 $h=1+|-1|+0=1+1=2$
 Высота 3
 $x+1=0$
 $2x=0$
 $-2x=0$
 $x-1=0$
 $-x-1=0$
 $-x+1=0$
 $h=1+1+1=3$
 $x^2=0$
 $-x^2=0$
 $h=2+1=3$

В высоте n максимальный коэф. n-1, диапазон изменения коэф от -(n-1) до +(n-1). Коэффициентов в диапазоне 2n-1. В уравнении высоты n, кол-во слагаемых не больше, чем n.

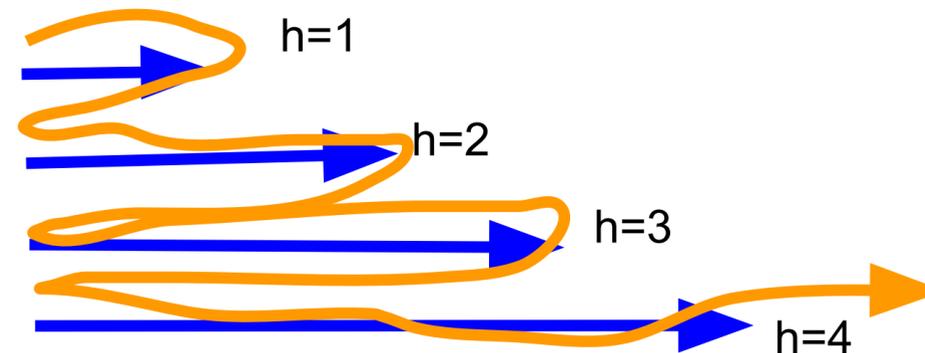
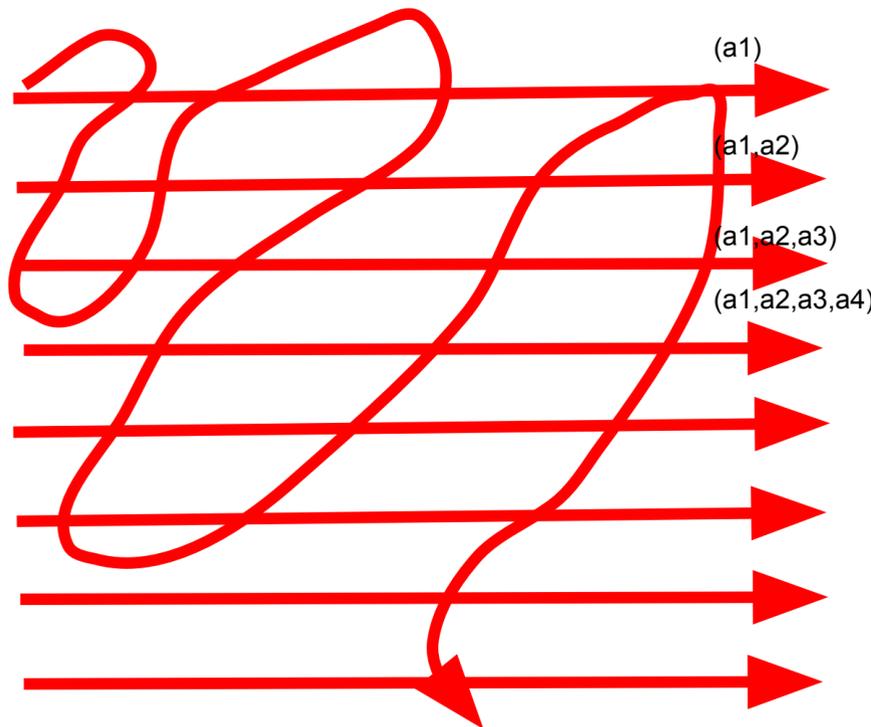
$(2n-1)^n$ - это кол-во уравнений, выше которого уравнений высоты n быть не может.

Мы можем в ряд выписать все уравнения высоты n, потому что их конечное кол-во, а значит их все можно выписать в 1 ряд, значит можно и пронумеровать



(a1,a2,a3,a4)

(a1,?,?,?)
 (?,a2,?,?)
 (?,?,a3,?)
 (?,?,?,a4)



Высоты 4
 $3x=0$
 $-3x=0$
 $2x+1=0$
 $2x-1=0$
 $x+2=0$
 $x-2=0$
 $-x+2=0$
 $-x-2=0$
 $-2x+1=0$
 $-2x-1=0$
 $x^2+x=0$
 $x^2+1=0$
 $x^2-1=0$
 $-x^2+1=0$
 $-x^2-1=0$
 $x^2-x=0$
 $-x^2+x=0$
 $-x^2-x=0$
 $x^3=0$
 $-x^3=0$