1. **Аксиома объёмности.** Множество определяется своими элементами: множества, состоящие из одних и тех же элементов, равны.

$$1.\ \forall z\ (z\in x \Leftrightarrow z\in y) \Rightarrow x=y.$$

2. **Аксиома объединения.** Объединение всех элементов множества есть множество.

$$2.\ \mathrm{Set}\{z\colon \exists y\in x\ (z\in y)\}.$$

3. **Аксиома выделения.** Для каждого множества A и каждого условия φ существует множество

$$B=\{x\colon x\in A,\ \varphi(x)\}$$

— подмножество элементов множества A, удовлетворяющих условию φ.

$$3.\ \forall x\ (\varphi(x) \Rightarrow x\in y) \Rightarrow \mathrm{Set}\{x\colon \varphi(x)\}.$$

Другими словами, мы не можем взять множество всех летающих крокодилов со всего мира или множество тех множеств, которые не содержат сами себя, а можем, взяв некоторое множество, выделить в нём «кусочек» — множество его элементов, удовлетворяющих некоторому условию.

4. **Аксиома степени.** Множество всех подмножеств данного множества есть множество.

$$4.\ \mathrm{Set}\{y\colon y\subseteq x\}.$$

5. **Аксиома подстановки.** Пусть X — множество, а $\varphi(y, z)$ — произвольная формула. Тогда если для каждого y существует и единственен z, такой что истинно $\varphi(y, z)$, то существует множество всех z, для которых найдётся $y\in X$, такой что $\varphi(y, z)$ истинно.

$$5.\ \forall y\ \exists! z\ \varphi(y, z) \Rightarrow \mathrm{Set}\{z\colon \exists y\in x\ \varphi(y, z)\}.$$

6. **Аксиома фундирования.** Не существует бесконечной последовательности вложенных множеств: каждая цепочка множеств

$$A_1\ni A_2\ni A_3\ni \ldots$$

конечна.

$$6.\ \exists y\ (y\in x) \Rightarrow \exists y\in x\ \forall z\in y\ (z\notin x).$$

7. **Аксиома бесконечности.** Существуют бесконечные множества, т. е. такие множества A, что A равномощно $A\cup\{A\}$.

$$7.\ \exists x\ ((\exists y\in x\ \forall z\ (z\notin y))\wedge \wedge\ \forall y\in x\ \exists z\in x\ (w\in z \Leftrightarrow \Leftrightarrow w\in y \vee w=y)).$$

8. **Аксиома выбора.** Ещё одна очень сложная, но и очень очевидная аксиома — о ней позже.

определение
ф-ия - одному x ровно один y

ф-ия - эта такая штука, которая должна однозначно отреагировать на входящие параметры

Аксиома подстановка = аксиома преобразования

если было множество X

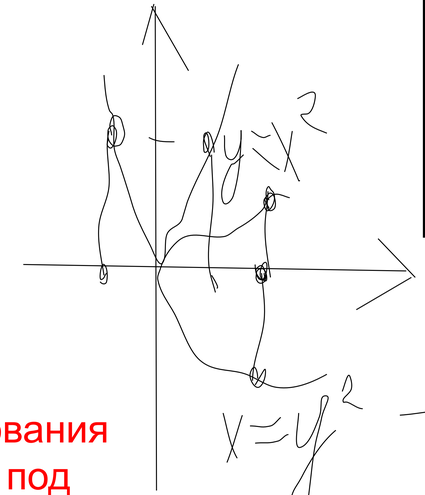
и мы задали формулу Φ(y,z) причем в этой формуле каждому y единственной значение z

y=x^2 - явное задание ф-ии

y^5 - y*x + 1=0 - неявное задание ф-ии

аксиома утверждает, что набор значений z этой функции будет тоже множеством, при этом аргументы этой ф-ии y лежат во множестве X

аксиома преобразования позволяет под действием некоторой формулы одно множество преобразовать в другое новое, т.е. эта аксиома умеет порождать новые множества

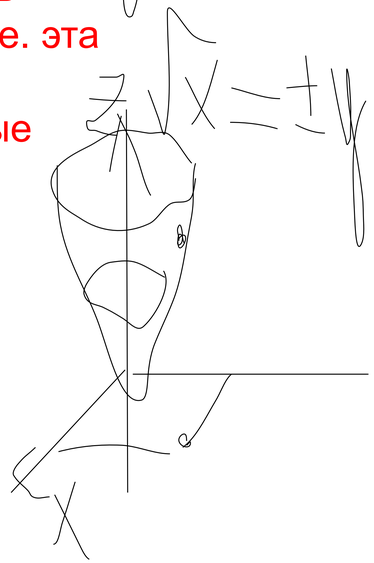


$x=y^2$ — не ф-ия

y от x

$y=\pm\sqrt{x}$

$z\sqrt{x}=\pm y$



$z=f(x,y)$