

Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется - определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты.



- а) Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше).
- б) Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?

100 70 10
 65 | 35 : 2
 б) НЕТ

$a : b$ а делится на б
 $a : b$ это результат

Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется - определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты.
 а) [2 балла] Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше).
 б) [4 балла] Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?

Ответ. а) 10, 10 и 80; б) нет.
Решение. а) Лиса раскладывает конфеты так: 10, 10 и 80. Если ей достанется кучка из 80 конфет, то медвежатам достанется поровну конфет, и они не будут жаловаться. Если ей достанется кучка из 10 конфет, то, для того чтобы уравнять доли медвежат, ей придётся съесть ещё 70 конфет.
Примечание. Можно показать, что это - единственный способ действия Лисы. В самом деле, поскольку в итоге лиса съест 80 конфет, то медвежата съедят по $(100-80)/2=10$ конфет. Так как у одного из медвежат количество конфет не менялось, то в кучке, доставшейся ему по жребию, было 10 конфет. Следовательно, какая бы кучка ни досталась Лисе по жребию, среди двух оставшихся обязательно есть кучка из 10 конфет. То есть кучек по 10 конфет по крайней мере две (если бы такая кучка из 10 конфет была лишь одна, то она по жребию могла достаться Лисе, и среди двух оставшихся не нашлось бы кучки из 10 конфет). Следовательно, Лиса может разложить конфеты по кучкам так, чтобы в итоге получить ровно 80 конфет, единственным способом.
 б) Покажем, что число конфет, съеденных Лисой, всегда чётно (и поэтому не может быть равным 65). В итоге медвежата съели поровну конфет, поэтому суммарное число конфет, съеденных медвежатами, чётно. Так как 100 - чётное число, то Лиса также съела чётное число конфет.

Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется - определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты.

а) [2 балла] Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше).

Ответ. 10, 10 и 80 конфет.
Решение. Покажем, что ответ удовлетворяет условию. Если Лисе достанется 80 конфет, то задача решена. Если ей достанется 10 конфет, то ей придётся уравнивать кучки медвежат и забрать 70 конфет. Так, она съест $10 + 70 = 80$ конфет.

б) [4 балла] Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?

Ответ. Нет, не может.
Решение. Медвежата съедят одинаковое число конфет. Значит, в сумме они съедят четное число конфет. Но т.к. 100 — четное число, то и Лиса съест четное число. Но 65 — нечетное, т.е. такого не может быть.