



На 99 карточках пишутся числа $1, 2, \dots, 99$. Затем карточки перемешиваются и раскладываются чистыми сторонами вверх и на чистых сторонах снова пишутся числа $1, 2, \dots, 99$. Для каждой карточки числа, стоящие на ней, складываются и 99 полученных сумм перемножаются. Докажите, что в результате получится четное число.

Handwritten notes showing the distribution of odd and even numbers. On the left, '50' is written above '198' and '100H'. On the right, '49' is written above '982'.

Handwritten diagram showing two rows of numbers: '50H' and '49 ~ ↑'. A horizontal line is drawn between the two rows. Below the line, the numbers '50H' and '49 ~ ↓ ~' are written, with arrows indicating the relationship between the two rows.

в худшем случае, когда каждому нечетному подсовываем четное останется лишнее нечетное сверху и лишнее нечетное снизу, они в сумме дадут четное

Handwritten diagram showing a sequence of numbers with arrows indicating a pairing or relationship between them.

Условие

На 99 карточках пишутся числа $1, 2, \dots, 99$. Затем карточки тасуются и раскладываются чистыми сторонами вверх. На чистых сторонах карточек снова пишутся числа $1, 2, \dots, 99$. Для каждой карточки числа, стоящие на ней, складываются и 99 полученных сумм перемножаются. Докажите, что в результате получится четное число.

Решение

Среди чисел $1, 2, \dots, 99$ — 50 нечетных и 49 четных. Это значит, что на одной из карточек на обеих сторонах будут написаны нечетные числа.