Незнайка перемножил все числа от 1 до 100. Подсчитал сумму цифр произведения. У полученного числа он снова подсчитал сумму цифр и т.д. В конце концов получилось однозначное число. Какое?

Ответ Комментарий Указание

Ответ. 9.

Комментарий. На компьютере легко посчитать, что число 100! — произведение первых 100 натуральных чисел — равно

93326215443944152681699238856266700490715968264381621
46859296389521759999322991560894146397615651828625369
792082722375825118521091686400000000000000000000000,

всего 158 цифр. Зная это, нетрудно вычислить, что сумма цифр числа 100! равна 648, так что сумма цифр суммы цифр равна 18, а сумма цифр суммы цифр суммы цифр числа 100! равна 9. Но нельзя ли решить задачу без таких вычислений?

Указание. Вспомните признак делимости на 9 и заметьте, что 100! делится на 9.

5!=1*2*3*4*5
100! факториал
среди множителей 100! есть 9, значит его сумма цифр, какая бы ни была, делится на 9.
обозначим эту сумму x
как только что показали x делится на 9, то его сумма цифр тоже делится на 9. Сумма цифр x-а равная y тоже делится на 9. Если y делится на 9, то и его сумма цифр z делится на 9 и.т.д.

а раз в конца осталась одназначная сумма и она делится, значит это 9.