

Перед первым уроком в класс приходили школьники, некоторые из которых обменивались рукопожатиями друг с другом. Докажите, что моменту начала первого урока количество школьников, сделавших нечетное число рукопожатий, обязательно окажется четным.

Лемма о рукопожатиях

x рукопожатий

1) сумма всех рукопожатий
 $a+b+c+\dots+d=2n$ (чётное)

2) число рукопожатий людей с чётным числом рукопожатий
 $a+\dots+b=2m$ (четное)

3) число рукопожатий людей с нечётным числом рукопожатий
 $c+\dots+d=2k+1$ (неч)

$$(a+\dots+b)+(c+\dots+d)=a+b+c+\dots+d=2n$$

$$(c+\dots+d)=\text{чет}$$

сумма нечетных чисел, которая четная должна состоять из четного числа слагаемых

