

У куба отмечены вершины и центры граней, а также проведены диагонали всех граней. Можно ли по отрезкам этих диагоналей обойти все отмеченные точки, побывав в каждой из них ровно один раз?

Условие

У куба отмечены вершины и центры граней, а также проведены диагонали всех граней. Можно ли по отрезкам этих диагоналей обойти все отмеченные точки, побывав в каждой из них ровно один раз?

Решение

Мы имеем отмеченные точки двух типов: вершины и центры граней. Отрезки диагоналей граней соединяют попарно точки разных типов. Поэтому, проходя по этим отрезкам, мы будем встречать отмеченные точки в порядке чередования их типов, т.е. если мы в некоторый момент встретим вершину, то в следующий момент встретим центр грани, и наоборот. Из этого следует, что в любой момент либо количества пройденных точек обоих типов равны, либо точек одного типа на одну больше, чем другого. Мы же имеем 8 вершин и 6 центров граней — точек одного типа на 2 больше, чем точек другого типа. Поэтому требуемый обход осуществить невозможно.

Замечания

Источник решения: книга "В.О.Бугаенко. Турниры им. Ломоносова. Конкурсы по математике. МЦНМО-ЧеРо. 1998".

