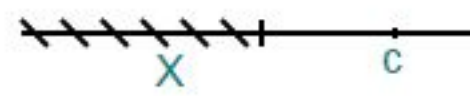
ОПРЕДЕЛЕНИЕ

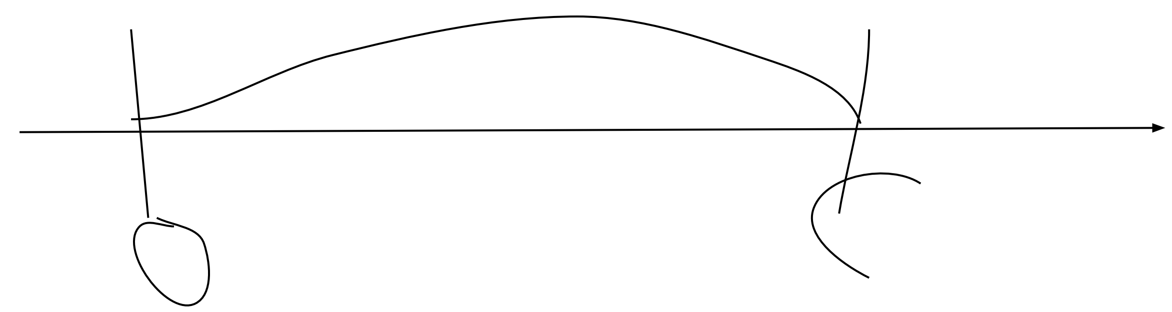
Множество М, состоящее из действительных чисел, называется ограниченным сверху, если существует действительное число С такое, что для всякого элемента x множества М выполняется неравенство: $x<C$. Определение множества, ограниченного снизу, аналогично.

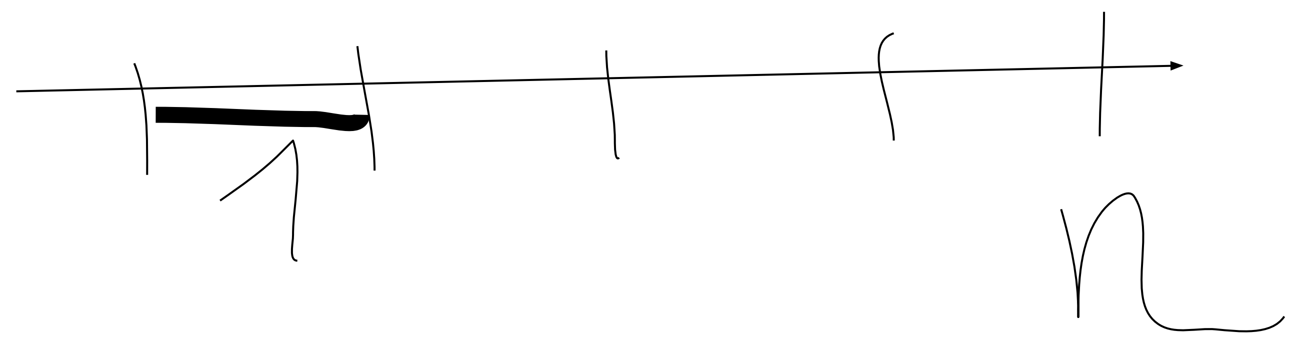


Эквивалентно ли приведенное определение такому:

а) Множество М, состоящее из действительных чисел, называется ограниченным сверху, если существует целое число С такое, что для всякого элемента x множества М выполняется неравенство $x<C$.

б) $x\leq C$ (отличается от исходного определение только неравенством)





а)

А => определение(так как все целые числа являются реальными)

Из определения следует, что найдется какое-то действительное число С, большее всех элементов x из множества М. Тогда применим аксиому архимеда. Отложим отрезок длиной один столько раз, чтобы получилось число n, большее числа С. Тогда будет выполнено А для числа n.

б)

определение => Б(так как в знак $\leq$ входит $<$)

Рассмотрим два случая. Первый: когда $\leq$ совпадает с $<$, тогда из Б => определение (так как С из пункта Б напрямую сгодиться за С из определения).

Второй: когда $\leq$ совпадает с $=$ для какого-то x из множества М, тогда применим аксиому архимеда. Отложим отрезок действительной положительной длины столько раз, чтобы превзойти С из пункта Б. Тогда получится действительное число n. Это n сгодится для определения.