

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

Множество  $M$ , состоящее из действительных чисел, называется ограниченным сверху, если существует действительное число  $C$  (не обязательно из  $M$ ) такое, что для всякого элемента  $x$  множества  $M$  выполняется неравенство:  $x < C$ . Определение множества, ограниченного снизу, аналогично.

Эквивалентно ли приведенное определение такому:

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2

а) Множество  $M$ , состоящее из действительных чисел, называется ограниченным сверху, если существует целое число  $C$  (не обязательно из  $M$ ) такое, что для всякого элемента  $x$  множества  $M$  выполняется неравенство  $x < C$ .

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3

б)  $x \leq C$  (отличается от исходного определение только неравенством)

множество всех остатков при делении на 10

(max = 9)

$C = 10$

$C = \pi^2 = 3.14^2 > 9$

### ЗАДАЧА а)

1 факт

если некоторое множество удовлетворяет ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1, то оно будет удовлетворять

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2

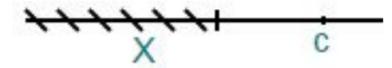
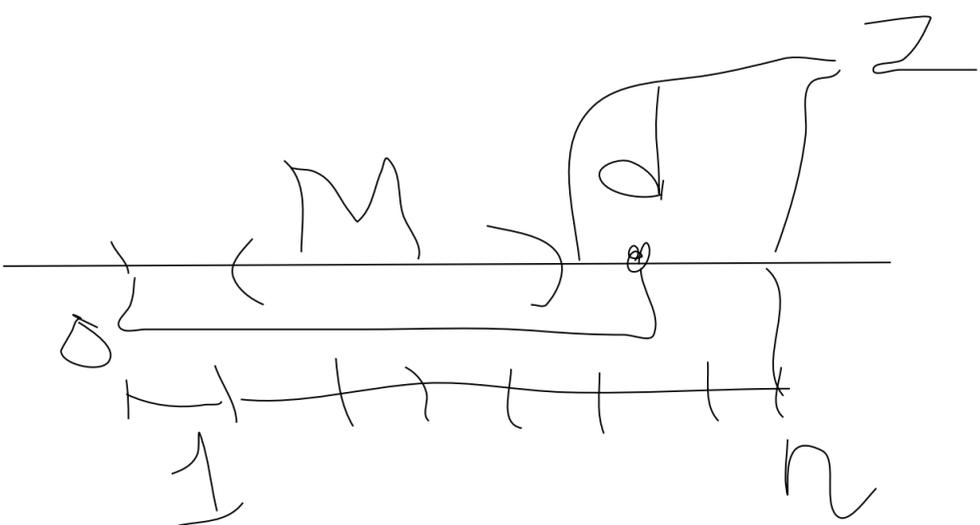
будем считать для простоты, что все числа положительные  
если найдется вещественное  $d$ , то по аксиоме архимеда можно отложить отрезок длины 1 столько раз ( $n$  раз), что превысим  $d \Rightarrow n$  и будет целой верхней границей

2 факт

если некоторое множество удовлетворяет ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2, то оно будет удовлетворять

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

если найдется целое ограничивающее  $C \Rightarrow$  то найдется и вещественное (равное целому  $C$ )



### ЗАДАЧА б)

1 факт

если некоторое множество удовлетворяет ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1, то оно будет удовлетворять ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3

$$\begin{array}{l} x < C \qquad \qquad \Rightarrow \qquad x \leq C \\ x \text{ меньше } C \qquad \qquad x \text{ меньше или равно } C \end{array}$$

2 факт

если некоторое множество удовлетворяет ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3, то оно будет удовлетворять ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

Данный нам элемент  $C$  может находиться в самом множестве, но это не мешает нам применить аксиому Архимеда и найти элемент  $Z$ , который  $> C$  и удовлетворяет равенству  $x < C$

