

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

Множество M , состоящее из действительных чисел, называется ограниченным сверху, если существует действительное число C (не обязательно из M) такое, что для всякого элемента x множества M выполняется неравенство: $x < C$. Определение множества, ограниченного снизу, аналогично.

Эквивалентно ли приведенное определение такому:

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2

а) Множество M , состоящее из действительных чисел, называется ограниченным сверху, если существует целое число C (не обязательно из M) такое, что для всякого элемента x множества M выполняется неравенство $x < C$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3

б) $x \leq C$ (отличается от исходного определение только неравенством)

множество всех остатков при делении на 10

(max = 9)

$C = 10$

$C = \pi^2 = 3.14^2 > 9$

ЗАДАЧА а)

1 факт

если некоторое множество удовлетворяет ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1, то оно будет удовлетворять

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2

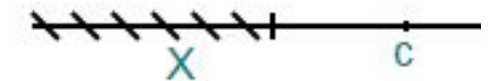
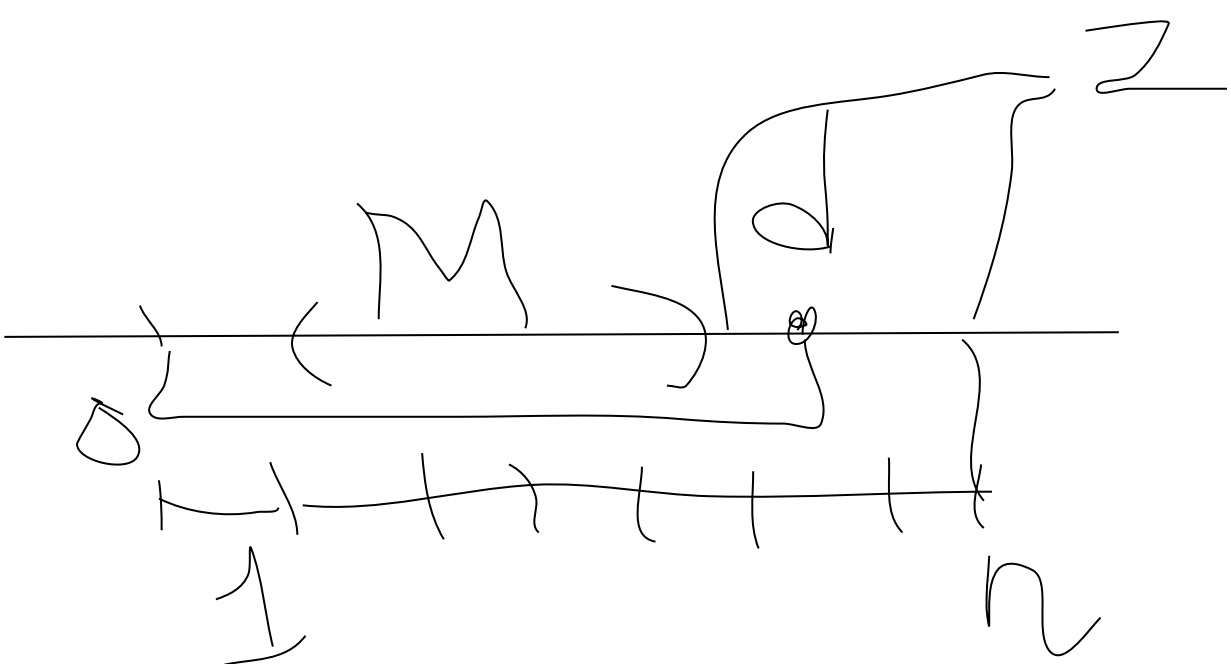
будем считать для простоты, что все числа положительные
если найдется вещественное d , то по аксиоме архимеда можно отложить отрезок длины 1 столько раз (n раз), что превысим $d \Rightarrow n$ и будет целой верхней границей

2 факт

если некоторое множество удовлетворяет ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2, то оно будет удовлетворять

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

если найдется целое ограничивающее $C \Rightarrow$ то найдется и вещественное (равное целому C)



ЗАДАЧА б)

1 факт

если некоторое множество удовлетворяет ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1, то оно будет удовлетворять ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3

$$\begin{matrix} x < C & \Rightarrow & x <= C \\ x \text{ меньше } C & & x \text{ меньше или равно } C \end{matrix}$$

2 факт

если некоторое множество удовлетворяет ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3, то оно будет удовлетворять ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

Данный нам элемент C может находиться в самом множестве, но это не мешает нам применить аксиому Архимеда и найти элемент Z , который $> C$ и удовлетворяет равенству $x < C$

