

Определение. Число C называется точной верхней гранью для числового множества M , если выполняются два условия:
 1) для любого $x \in M$ верно неравенство $x \leq C$,
 2) для любого $C' < C$ найдется $x \in M$ такой, что $x > C'$.

Задачи. 2 свойство объясняет, что такое наименьшая грань

3. Если для множества есть точная верхняя грань, то только одна.

4. Доказать, что для непустого ограниченного сверху множества существует точная верхняя грань.

inf X

точная нижняя грань
infimum

sup X

точная верхняя грань
supremum

$M = [0; 1], T=1$
 $M = [0; 1), T=1$

Пусть существует две точных верхних грани A и B для множества M , и пусть $A > B$

Для A :

- 1) для любого $x \in M \Rightarrow x \leq A$
- 2) для любого $A' < A$ найдется $x \in M: x > A'$

Для B :

- 1) для любого $x \in M \Rightarrow x \leq B$
- 2) для любого $B' < B$ найдется $x \in M: x > B'$

с одной стороны

В определении для A 2)

возьмем в качестве

$A' = B$ (т.к. $B < A$) \Rightarrow найдется $x \in M: x > B$

с другой стороны

В определении 1) для B

любой $x \in M \Rightarrow x \leq B$

противоречие \Rightarrow верхняя грань единственная

