

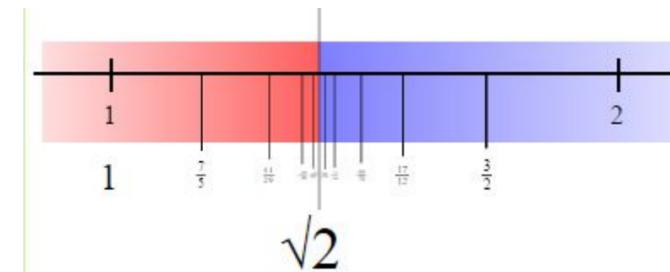
Дедекиндовы сечения



Дедекиндовы сечения в области рациональных чисел - это разбиение множества всех рациональных чисел на 2-е части A и A':

а) любое $r \in \mathbb{Q}$ попадает либо в A, либо в A'

б) любое $r \in A <$ любого $r \in A'$



КАКИЕ БЫВАЮТ РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДЕДЕКИНДОВЫ СЕЧЕНИЯ

1) **бывают ли сечения, в которых есть наименьший элемент в верхнем классе?**

$$A' = \{x \in \mathbb{Q} : x \geq 5\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x < 5\}$$

2) **бывают ли сечения, в которых нет наименьшего элемента в верхнем классе и наибольшего в нижнем классе?**

$$A' = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 > 2\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 < 2\}$$

3) **как доказать, что не существует рационального числа r : $r^2 = 2$**

$$(m/n)^2 = 2$$

$$m^2 = 2n^2 \Rightarrow m \text{ четное}$$

$$m = 2k$$

$$4k^2 = 2n^2$$

$$2k^2 = n^2 \Rightarrow n \text{ четное}$$

\Rightarrow дробь сократимая

4) **как доказать, что для такого сечения в нижнем классе нет наибольшего?**

надо доказать, что для любого $x \in A$: найдется n , что $(x+1/n)^2 < 2$

$$x^2 + 2x/n + 1/n^2 < 2$$

$$2x/n + 1/n^2 < 2 - x^2$$

$$1/n^2 < 1/n$$

мы попытаемся подобрать такое n в зависимости от числа x , чтобы

$$2x/n + 1/n < 2 - x^2$$

$$\text{если нам удастся } \Rightarrow 2x/n + 1/n^2 < 2x/n + 1/n < 2 - x^2$$

$$1/n * (2x+1) < 2 - x^2$$

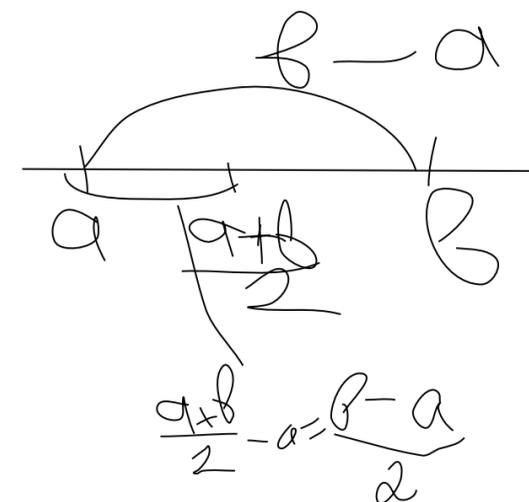
$$1 * (2x+1) < (2 - x^2)n$$

$$n > (1 * (2x+1)) / (2 - x^2)$$

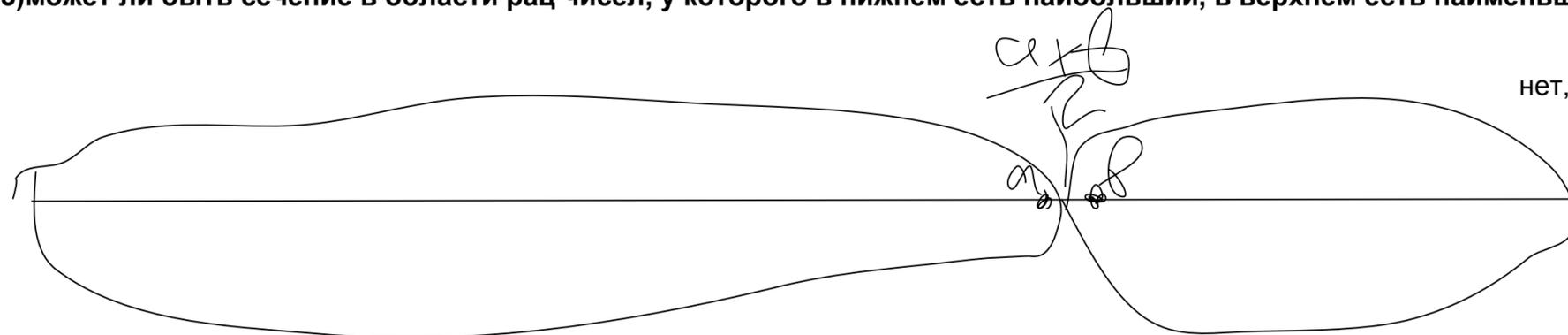
$$a = m/n$$

$$b = k/t$$

$$(a+b)/2$$



5) **может ли быть сечение в области рац чисел, у которого в нижнем есть наибольший, в верхнем есть наименьший**



нет, не может