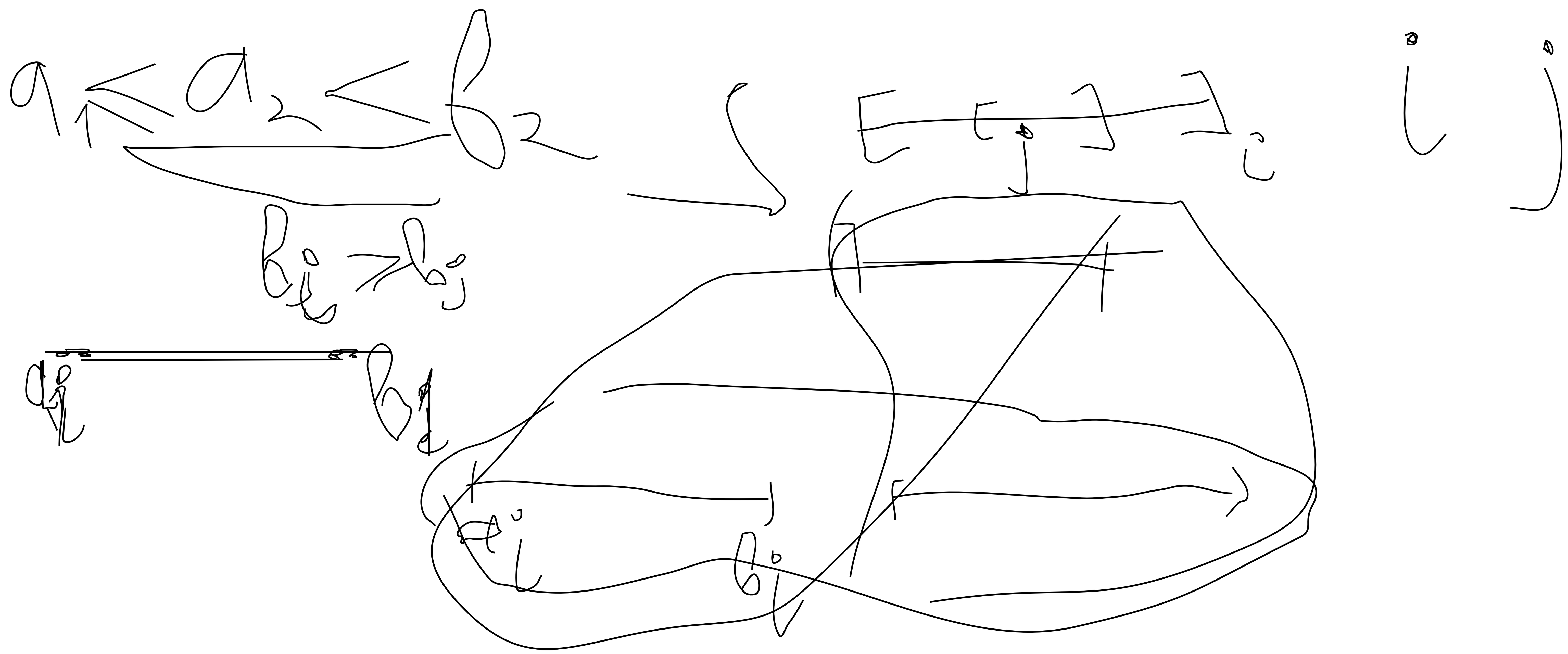
Отрезком [a,b] называется множество точек x, удовлетворяющих неравенствам: $a \le x \le b$ при условии, что $a < b$

Интервалом (a,b) называется множество точек x, удовлетворяющих неравенствам: $a < x < b$ при условии, что $a < b$

Система отрезков $[a_1,b_1],[a_2,b_2],\dots,[a_n,b_n],\dots$ (до бесконечности) называется вложенной, если для любого натурального числа i верны неравенства: $a_i \le a_{i+1}$, $b_i \ge b_{i+1}$

Аналогично определение вложенной системы интервалов.

Задачи
1) У вложенной системы отрезков всегда $a_i < b_j$ (при любых натуральных i и j). Доказать.
2) Теорема: вложенная система отрезков всегда имеет хотя бы одну точку, принадлежащую всем отрезкам системы (общую точку системы). Доказать.
3) Покажите, что вложенная система интервалов не всегда имеет общую точку.



в A’ шир мы возьмем все верхние границы отрезков bj и числа между ними

в A’ шир мы возьмем все нижние границы отрезков ai и числа между ними

все ai < bj (поэтому все числа из нижнего класса меньше всех чисел из верхнего класс)

секущая точка по теореме Дедекинда пусть попадет в нижний, **тогда совпадет с bj либо совпадет с ai**

либо окажется между 2-мя ai, но это невозможно

вложенная система интервалов не всегда имеет общую точку