

Окрестностью точки x числовой оси называется любой интервал, содержащий эту точку.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

Пусть M - некоторое множество точек числовой оси. Точка "а" называется точкой, предельной для множества M , если в любой окрестности точки "а" найдется точка множества M , отличная от "а".

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2

Пусть M - некоторое множество точек числовой оси. Точка "а" называется точкой, предельной для множества M , если в любой окрестности точки "а" найдется бесконечное число точек множества M .

Задача

Докажите эквивалентность определений 1 и 2

Из определение 2 => определение 1, так как если бесконечно много найдется в любой окрестности, то в этой же окрестности одна точка точно найдется.

Из определение 1 => определение 2.

Рассмотрим некоторую окрестность точки a , одна точка множества M в этой окрестности точно найдется. Пусть в этой окрестности конечное количество точек множества M . Тогда возьмем настолько маленький интервал вокруг a , что туда не попадет ни одна из конечного количества точек, однако из условия следует, что в любом интервале, содержащем точку a , найдется хотя бы одна точка множества M . Из этого следует противоречие.

