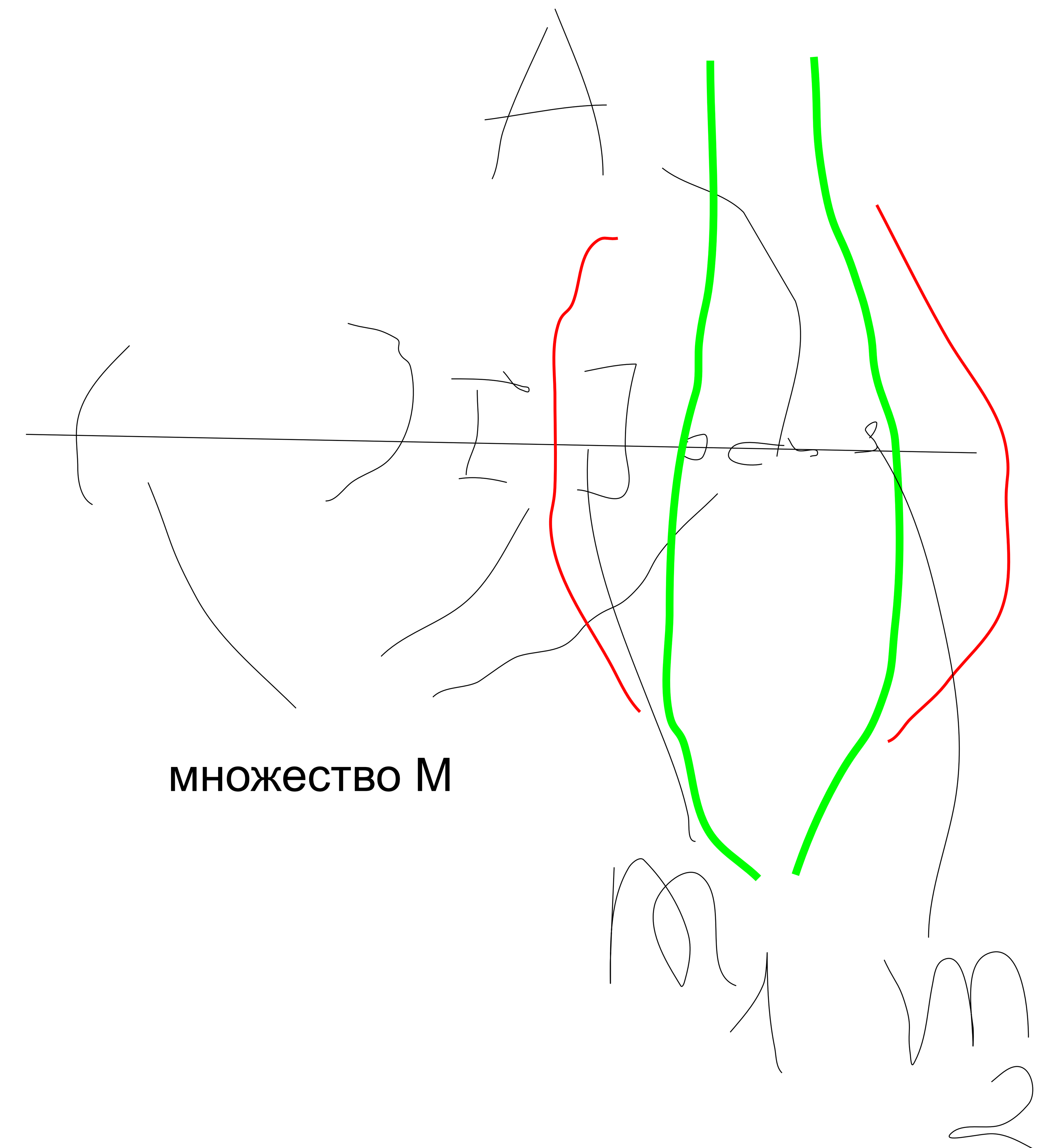
Окрестностью точки x числовой оси называется любой интервал, содержащий эту точку.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1
Пусть M - некоторое множество точек числовой оси. Точка "a" называется точкой, предельной для множества M, если в любой окрестности точки "a" найдется точка множества M, отличная от "a".

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2
Пусть M - некоторое множество точек числовой оси. Точка "a" называется точкой, предельной для множества M, если в любой окрестности точки "a" найдется бесконечное число точек множества M.

Задача
Докажите эквивалентность определений 1 и 2



если точка А предельная по ОПР1 => точка А удовлетворяет ОПР2

если в любой окрестности точки А найдется точка множества М (не равная А) =>?=> в любой окрестности точки А найдется бесконечно много точек множества М (не равных А)

док-во:
Рассмотрим красную окрестность точки А, в ней нашлась точка m1 из М. Создадим более узкий(зеленый) интервал, в который не попадет m1, но в нем найдется m2, и т.д. В итоге мы получим беск. много интервалов внутри красного, в каждом из которых будет точка из М, а значит точек из М будет бесконечно внутри красного.

если точка А предельная по ОПР2 => точка А удовлетворяет ОПР1
если в любой окрестности точки А найдется бесконечно много точек множества М (не равных А)=> в любой окрестности точки А найдется точка множества М (не равная А)

док-во:
Выбирем из бесконечного кол-ва точек одну, это она и будет