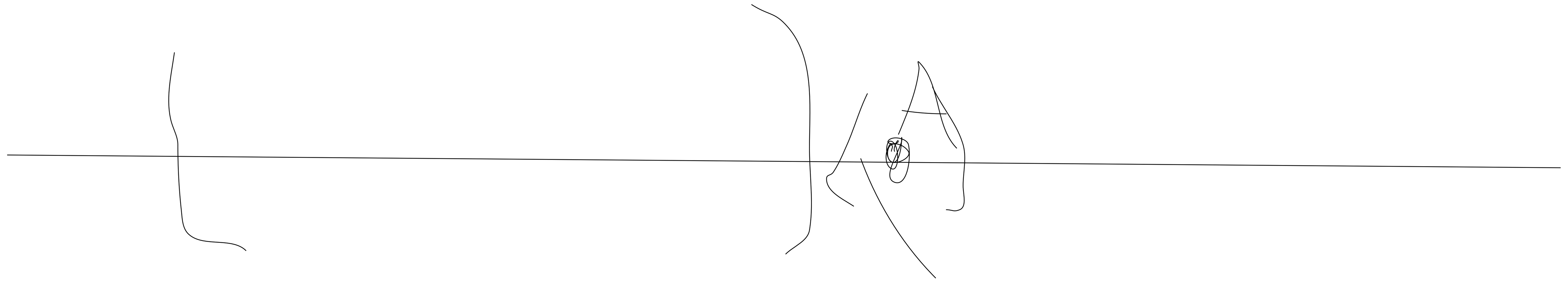
Докажите, что дополнение к замкнутому множеству (то есть множество всех точек, не входящих в это множество) есть множество открытое, а дополнение к открытому множеству - множество замкнутое.

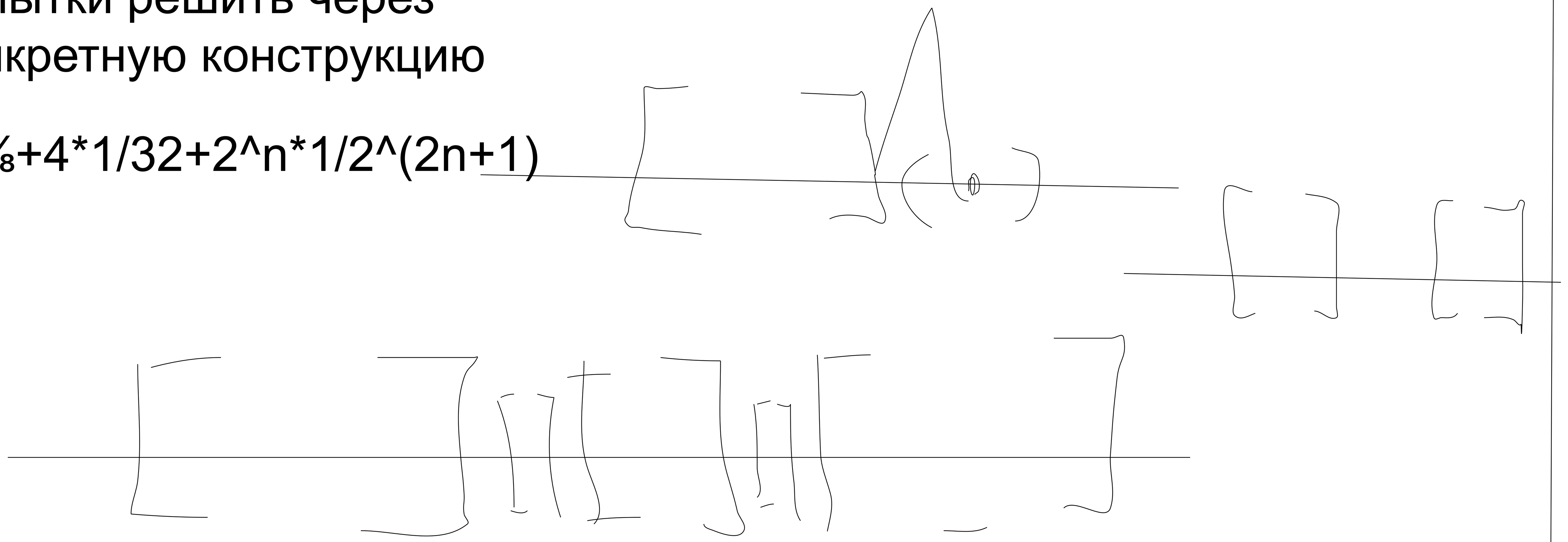
Пусть М множество замкнутое, тогда любая предельная точка принадлежит этому множеству. Рассмотрим его дополнение. Будем доказывать от противного. Пусть дополнение не открытое, тогда значит, что в дополнении найдутся такие точки А, что ни одна из их окрестностей не лежит в дополнении=> в каждой окрестности этой точки А есть посторонние точки, которые не лежат в дополнении, значит эти точки из множества М => точка А предельная для множества М, а множество замкнутое (значит должно содержать все свои предельные точки)=>значит множество М содержит А. Получается что точка одновременно лежит и в множестве М и в его дополнении, такого быть не может. Противоречие.



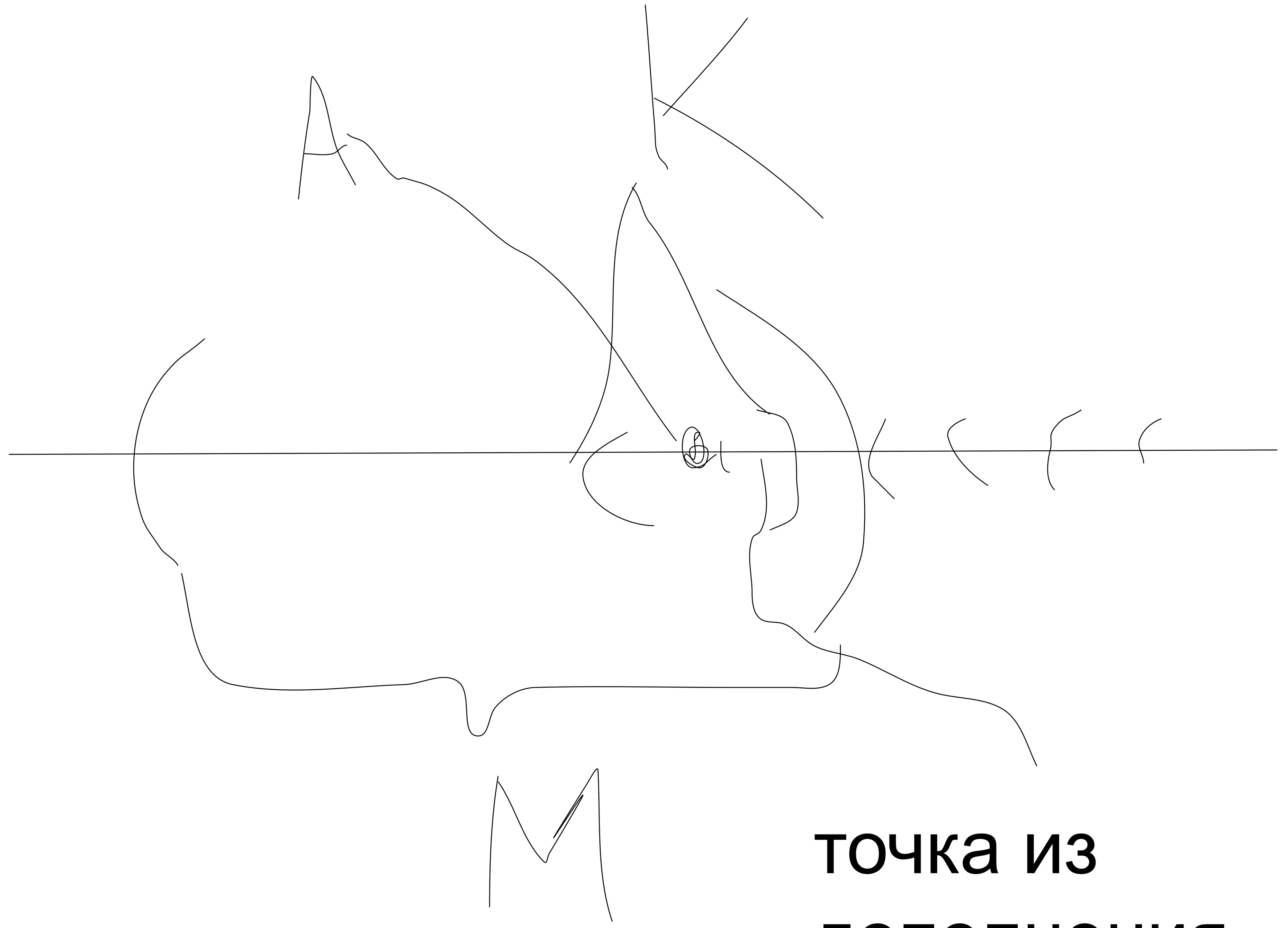
посторонняя точка

попытки решить через конкретную конструкцию

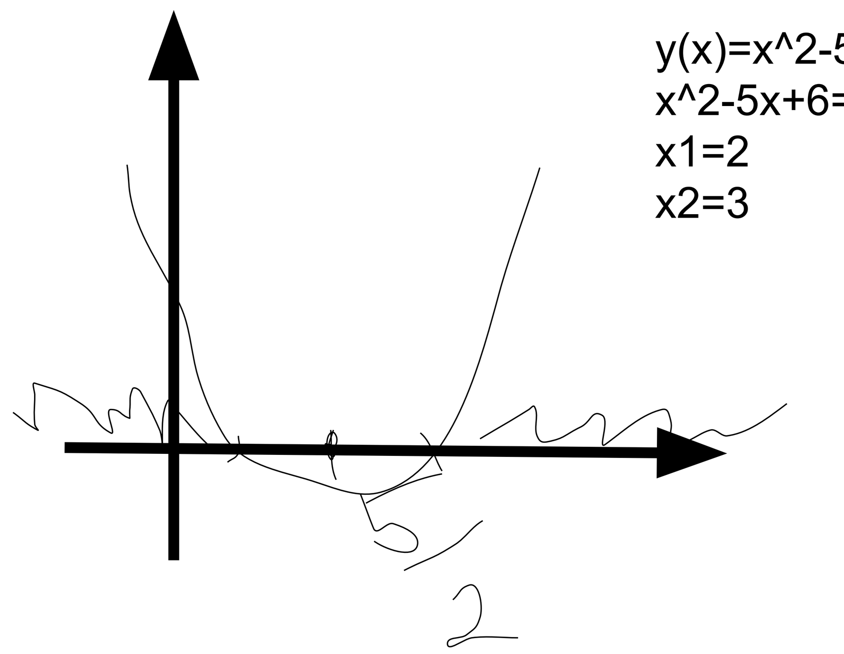
$\frac{1}{2}+2*\frac{1}{8}+4*1/32+2^n*1/2^{(2n+1)}$



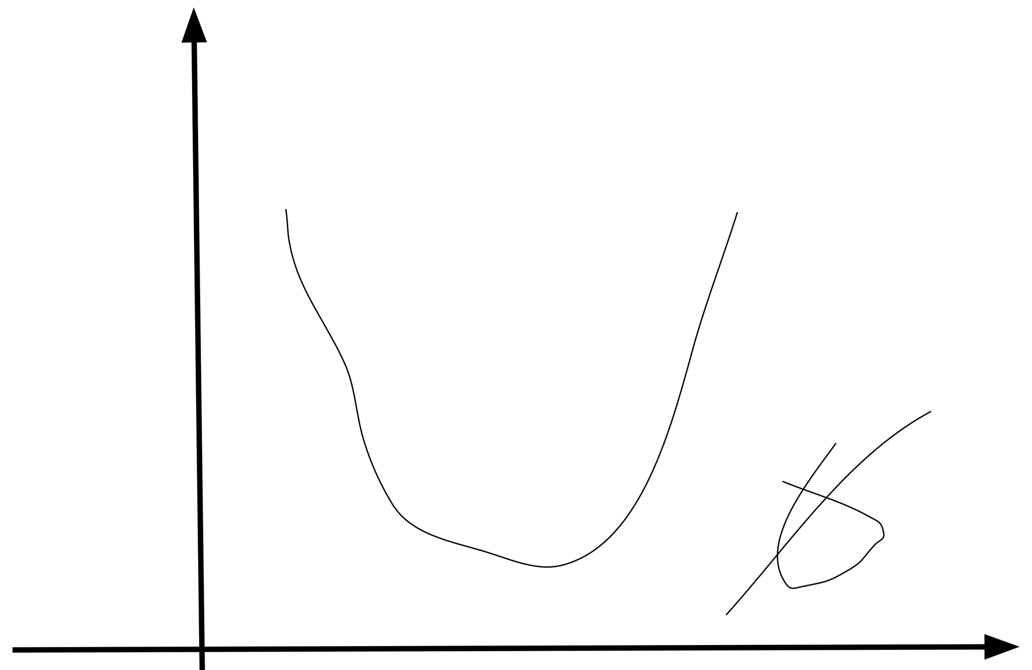
Пусть множество М открытое, тогда для его любого элемента найдется окрестность, полностью лежащая в М. Рассмотрим его дополнение. Будем доказывать от противного. Пусть дополнение не замкнутое, тогда значит, что найдется такая предельная точка А (для дополнения), что она не лежит в дополнении, а значит она лежит в множестве М. Так как множество М открытое, то для точки А из М надется такая окрестность К, что она лежит в М. Но в то же время А - предельная для дополнения => в любой окрестности точки А найдутся точки из дополнения, неравные точке А, значит и в окрестности К они тоже найдутся, но их там быть не должно, так как К целиком в М, значит в нем нет точек из дополнения.Противоречие



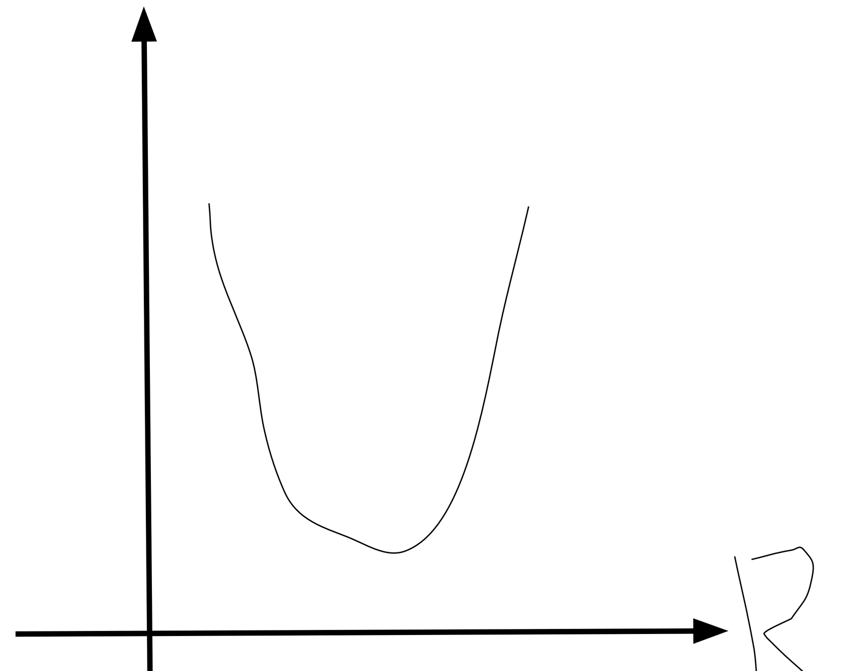
точка из дополнения



y(x)=x^2-5x+6>0
x^2-5x+6=0
x1=2
x2=3



y(x)=x^2-5x+1116<0



y(x)=x^2-5x+1116>0