Задача 1.
Докажите, что найдется такое натуральное число p, что для любого натурального k, большего p, 1000*2^k < k!

$p = 1000$

$\underbrace{2\cdot 2\cdot 2}_{k} < \underbrace{>2 \;\; >2 \;\; >2}_{k}$

Задача 2.
Докажите, что найдется такое натурально число p, что для любого натурального k, большего p, k^2 < 2^k

$3 \; \boxed{9<8}$ $\quad 5 \;\; 25<32$

$4^2=2^4$

$(4+n)^2 \quad 2^{(4+n)}$

$16+8n+n^2 \quad 2^4\cdot 2^n$

$(k+1)^2 < 2^{k+1}$

$k^2+2k+1 < 2^{k+1}$

$k^2 + 2k+1 < 2^k+2^k$

$2k+1 < 2^k$

$2(k+1)+1 < 2^{k+1}$

$2k+3 < 2^{k+1}$

$2k+1 + 2 < 2^k+2^k$

$2 < 2^k$

верно

Задача 3.
Докажите, что найдется такое натуральное число p, что для любого натурального k, большего p, k^10 < 2^k

$k=59$ $\quad k=100$

$\underbrace{100\cdot \ldots \cdot 100}_{10} < \underbrace{2^{10}\cdot \ldots \cdot 2^{10}}_{10}$

$2^7>100$

$2^{100} > (2^7)^{14} = 128^{14} > 100^{10}$

$k^{10} < 2^k$

$(k+1)^{10} < 2^{k+1}$

k^10 + 10*k^9 + 45*K^8 + 120*k^7 + 210*k^6 +
343*k^5 + 210*k^4 + 120*k^3 + 45*k^2 + 10*k + 1

k^10<2^k   k<2^(k/10)
k+1<2^((k+1)/10)=2^(k/10) + 2^(1/10)
1<2^(1/10)   1<2