(a1 + a2 + … + an)/n > = [n]V(a1*a2*...*an)

2 СПОСОБ

Неравенство Коши-Буняковского

(a,b)=|a|*|b|*cos(a,b)
(a,a)=|a|*|a|*cos(a,a)=|a|*|a|*cos(0)=|a|*|a|*1=|a|^2>=0
(a,b)=(b,a)

Задание Доказать неравенство Коши-Буняковского.

Доказательство Рассмотрим вектор $\bar{a} + \lambda \bar{b}$, где $\lambda \in R$. Найдем скалярное произведение этого вектора на себя. Из свойств скалярного произведения следует, что

$$(\bar{a} + \lambda \bar{b}, \bar{a} + \lambda \bar{b}) \geq 0$$

Раскроем скобки

$$(\bar{a}, \bar{a}) + \lambda(\bar{a}, \bar{b}) + \lambda(\bar{b}, \bar{a}) + \lambda^2(\bar{b}, \bar{b}) \geq 0?$$

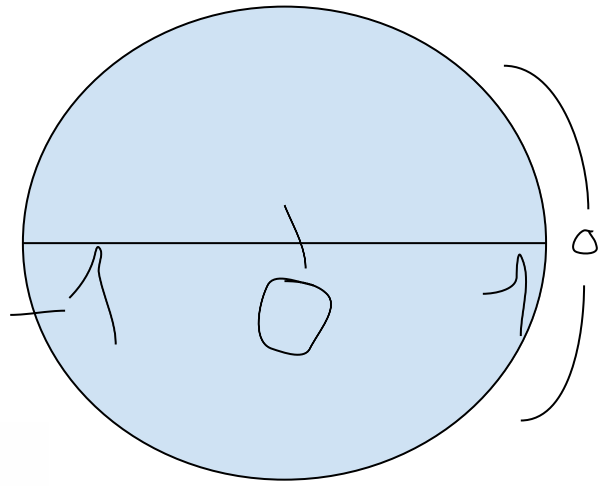
$$\lambda^2(\bar{b}, \bar{b}) + 2\lambda(\bar{a}, \bar{b}) + (\bar{a}, \bar{a}) \geq 0$$

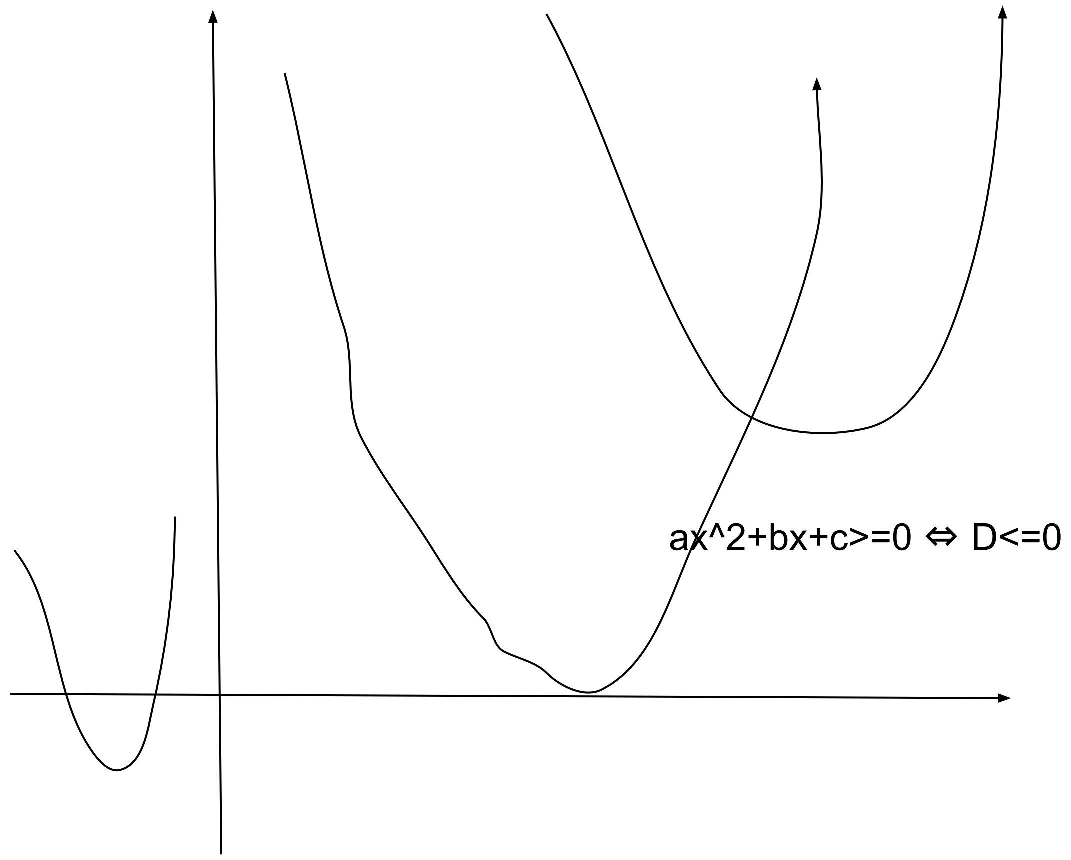
Получили квадратный трехчлен относительно λ, который принимает неотрицательные значения. Такое возможно, когда его дискриминант неположителен, т.е. в случае, если

$$(\bar{a}, \bar{b})^2 - (\bar{a}, \bar{a})(\bar{b}, \bar{b}) \leq 0 \Rightarrow (\bar{a}, \bar{b})^2 \leq (\bar{a}, \bar{a})(\bar{b}, \bar{b}) \Rightarrow (\bar{a}, \bar{b})^2 \leq |\bar{a}|^2 |\bar{b}|^2$$

Что и требовалось доказать.

ax^2+bx+c
D/4 = (b/2)^2 - ac





Дано
a{a1,a2,a3}
b{1,1,1}
(a1+a2+a3)^2<=
<=(a1^2+a2^2+a3^2)*3

(a1^2+a2^2+a3^2) >= [(a1+a2+a3)^2] / 3

(x1 + x2 + x3)/3 >=
>=(Vx1 + Vx2 + Vx3)^2/ 3^2
=[(Vx1 + Vx2 + Vx3)/ 3]^2 >=
>= ? >=[3]V(x1*x2*x3)

(a,b)^2 <= |a|^2 * |b|^2
Неравенство Коши-Буняковского

a{a1,a2,a3,a4}
b{b1,b2,b3,b4}
(a,b)=a1*b1+a2*b2+a3*b3+a4*b4
|a|^2=a1^2+a2^2+a3^2+a4^2
|b|^2=b1^2+b2^2+b3^2+b4^2

(a1*b1+a2*b2+a3*b3+a4*b4)^2<=
<=(a1^2+a2^2+a3^2+a4^2)(b1^2+b2^2+b3^2+b4^2)

при n=3

a{a1,a2,a3}
b{b1,b2,b3}
(a,b)=a1*b1+a2*b2+a3*b3
|a|^2=a1^2+a2^2+a3^2
|b|^2=b1^2+b2^2+b3^2

Дано
(a1*b1+a2*b2+a3*b3)^2<=
<=(a1^2+a2^2+a3^2)(b1^2+b2^2+b3^2)

Найти
(x1 + x2 + x3)/3 > = [3]V(x1*x2*x3)

(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz

(a1*b1)^2+(a2*b2)^2+(a3*b3)^2+2a1*b1*a2*b2+2a2*b2*a3*b3+2a1*b1*a3*b3<=
<=b1^2*a1^2+b2^2*a1^2+b3^2*a1^2+b1^2*a2^2+b2^2*a2^2+b3^2*a2^2+
+b1^2*a3^2+b2^2*a3^2+b3^2*a3^2

2a1*b1*a2*b2+2a2*b2*a3*b3+2a1*b1*a3*b3<=
<=b2^2*a1^2+b3^2*a1^2+b1^2*a2^2+b3^2*a2^2+b1^2*a3^2+b2^2*a3^2

2(a1*b1*a2*b2+a2*b2*a3*b3+a1*b1*a3*b3)<=
<=(b2*a1)^2+(b3*a1)^2+(b1*a2)^2+(b3*a2)^2+(b1*a3)^2+(b2*a3)^2

(x1 + x2 + x3)^3/27 > = x1*x2*x3