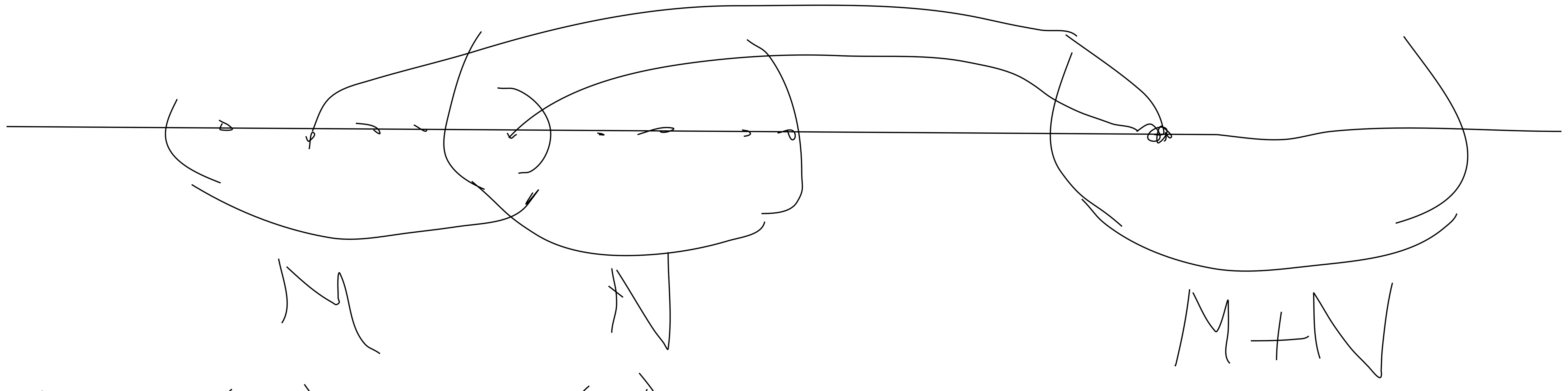
Задача 1. M и N – множества из положительных чисел, $A = \sup M$, $B = \sup N$. R – множество всевозможных сумм $x+y$, где $x \in M$, $y \in N$. Докажите, что $\sup R = A + B$.



$\sup(M) + \sup(N) = \sup(M+N)$

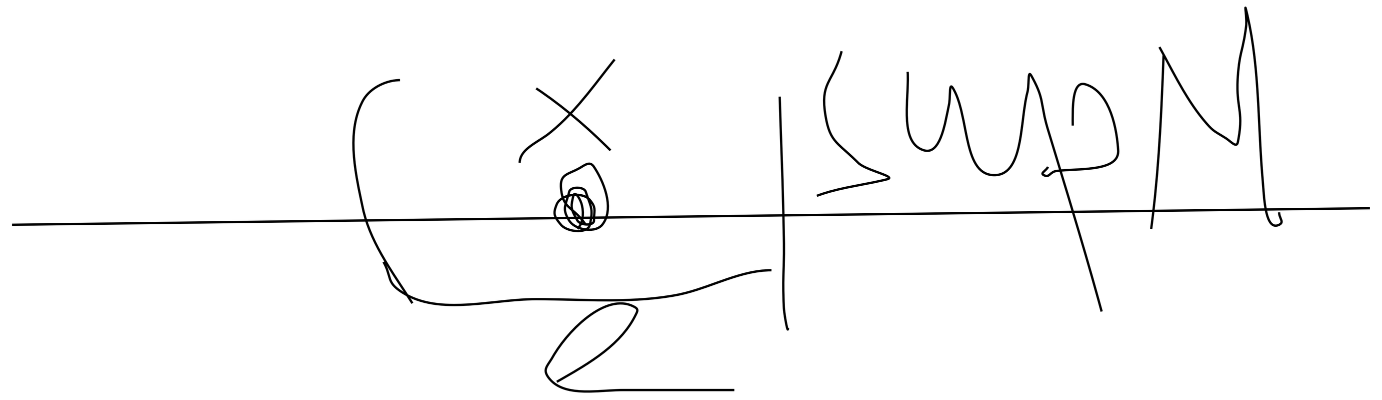
$\sup M$

$\exists \quad \nexists \quad \exists$

1) $\forall m \in M : \sup M \geq m$

$\exists x \, \forall m \in M : x \geq m, \ x < \sup M$

2) $\forall \varepsilon > 0 \ \exists x \in M : \sup M - \varepsilon < x \leq \sup M$

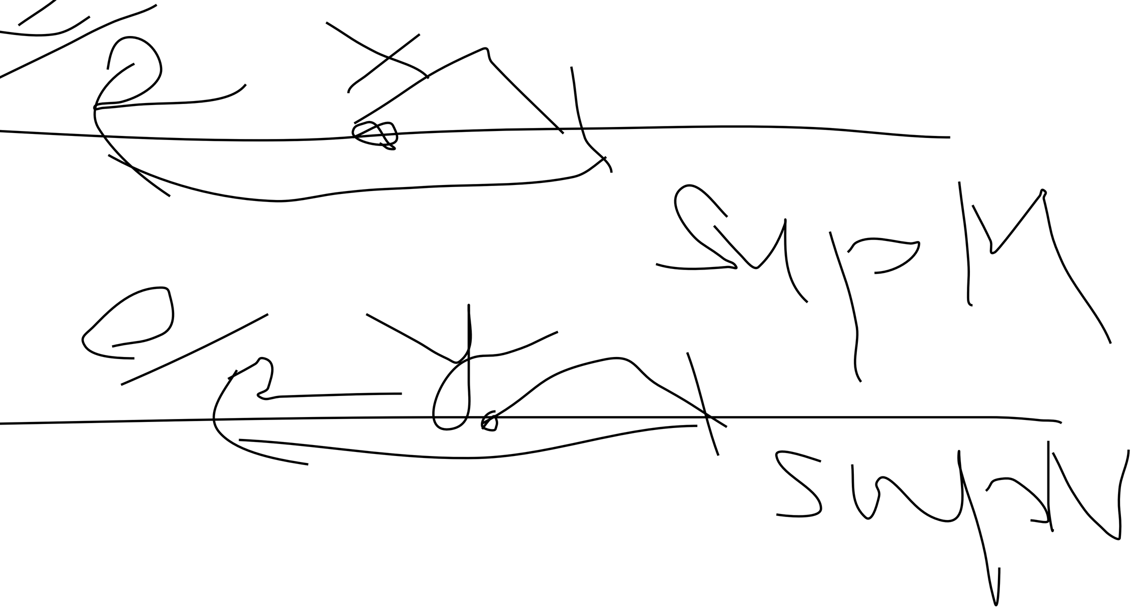


sup(M)+sup(N)=
sup(M+N)

1) $x + y \leq \sup(M+N)$

т.к. $x + y \in M+N$

2)



$\sup M - \frac{\varepsilon}{2} < x$

$\sup N - \frac{\varepsilon}{2} < y$

$\sup M + \sup N - \varepsilon < x + y \leq \sup M + \sup N$

$\parallel$

$\sup(M+N)$

это число обладает 2-мя св-вом