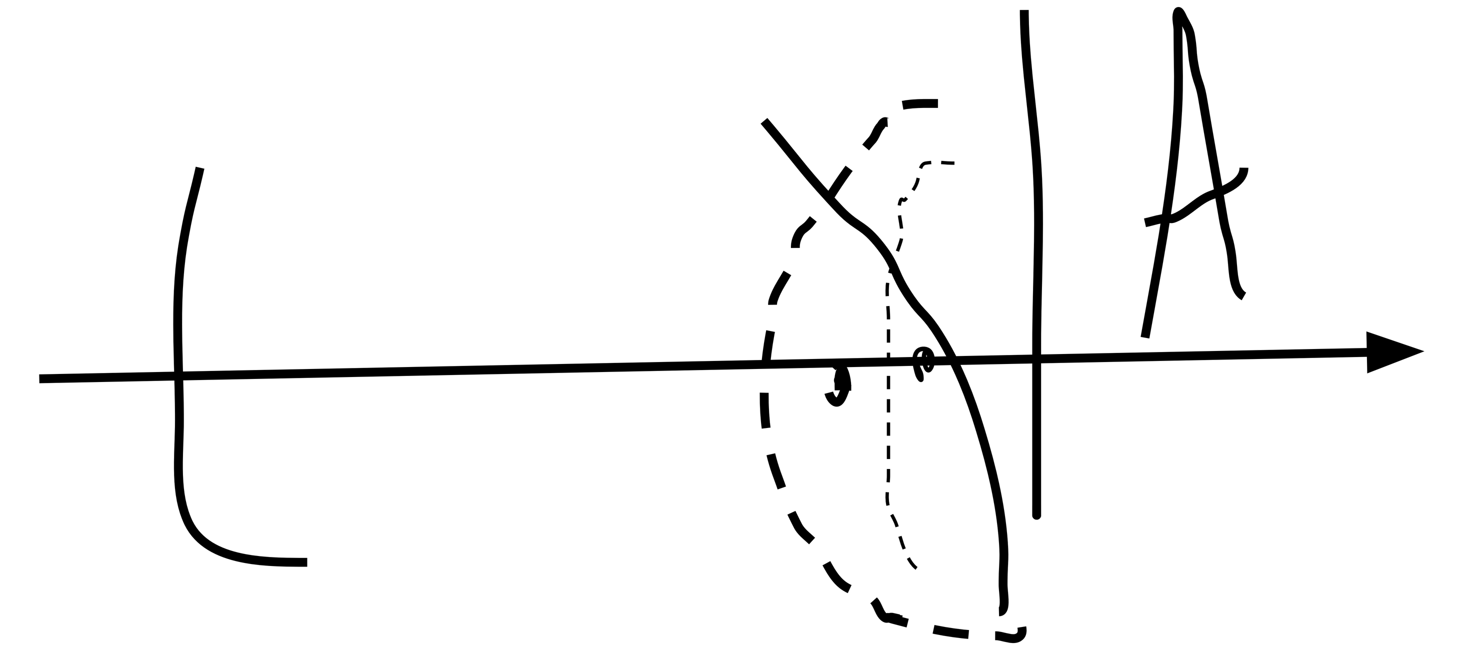
Задача 1. M и N – множества из положительных чисел, $A = \sup M$, $B = \sup N$. R – множество всевозможных сумм $x+y$, где $x \in M$, $y \in N$. Докажите, что $\sup R = A + B$.



Sup(M)+Sup(N)=Sup(M+N)

$$\forall_x [x \in M : A \geq x] \wedge \forall_e [e > 0 : \exists_x [x \in M : x > A - e]]$$

$$\forall y [y \in N : B \geq y] \wedge \forall e [e > 0 : \exists_y [y \in N : y > B - e]]$$

$$(\forall_x [x \in M : A \geq x] \wedge \forall y [y \in N : B \geq y]) \Longrightarrow \forall_{x,y} [x \in M \wedge y \in N : A + B \geq x + y]$$

$$\forall_e [e > 0 : \exists_x [x \in M : x > A - e]] \Longrightarrow \forall_e [e > 0 : \exists_x [x \in M : x > A - \tfrac{e}{2}]]$$

$$\forall e [e > 0 : \exists_y [y \in N : y > B - e]] \Longrightarrow \forall e [e > 0 : \exists_y [y \in N : y > B - \tfrac{e}{2}]]$$

$$\Longrightarrow \forall e [e > 0 : \exists_{y,x} [y \in N \wedge x \in N : y + x > A + B - e]]$$