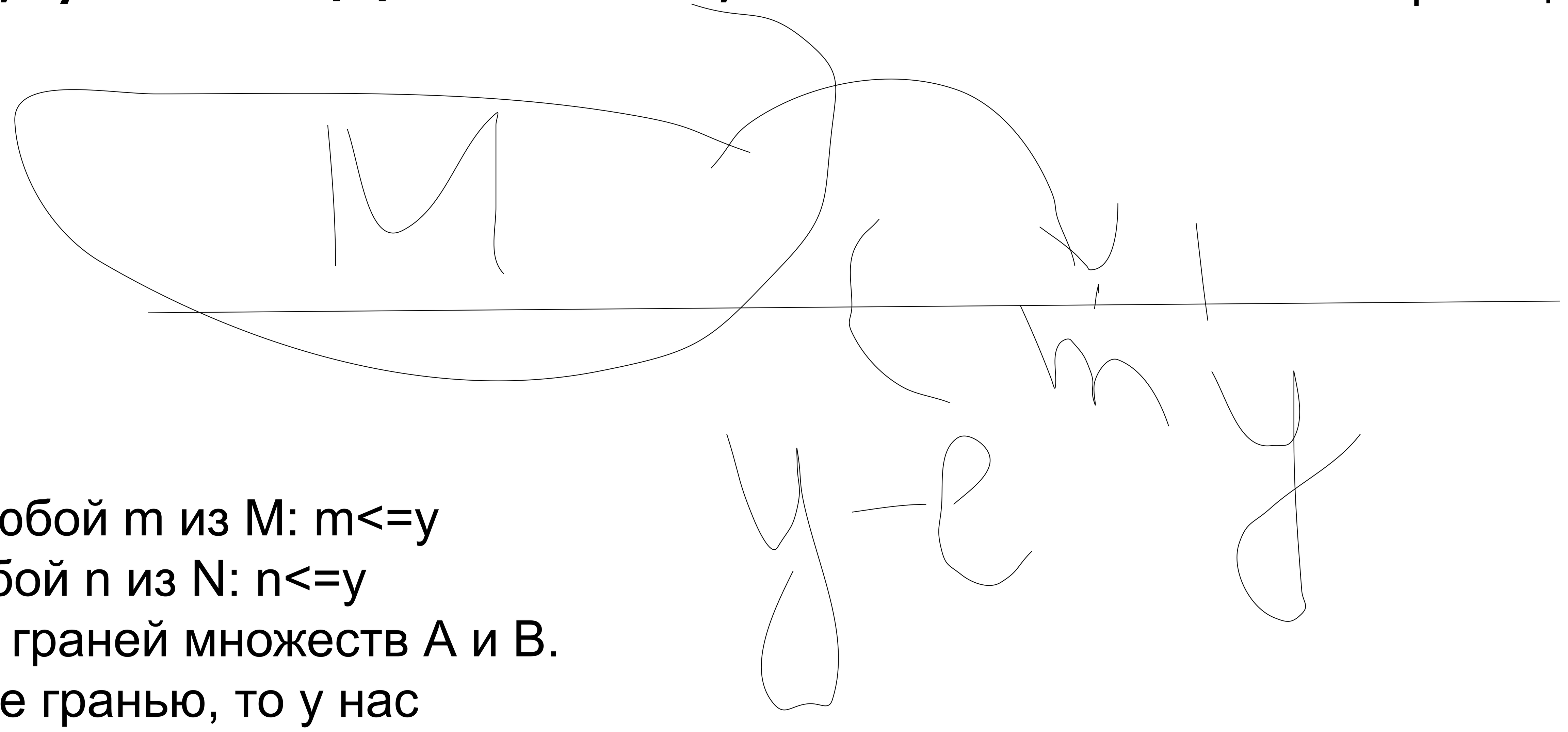
Задача 1. M и N – множества из положительных чисел, $A = \sup M$, $B = \sup N$. R – множество всевозможных сумм $x+y$, где $x \in M$, $y \in N$. Докажите, что $\sup R = A + B$.

M и N - множества их положительных чисел, A=sup(M), B=sup(N), R - множество всевозможных сумм x + y, где x ∈ M, y ∈ N. Докажите, что sup(R)=A + B

теорема о существовании точной верхней границы

sup=supremum - точная верхняя граница

inf=infimum - точная нижняя граница



дано множество M и его sup(M)=y
1)тогда для любого e>0 найдется такой элемент m из множества M, который: m>y-e
2)для любого элемента m из M: m<=y

1)A=sup(M) => для любого e>0 найдется элемент m из M, который: m>A-e, также любой m из M: m<=y
2)B=sup(N) => для любого e>0 найдется элемент n из N, который: n>B-e, также любой n из N: n<=y
Наибольший элемент множества R(или его верхняя грань) - это сумма 2-ух точных граней множеств A и B. Тогда, если взять число, которое больше одной из граней, а второе оставить той-же гранью, то у нас получиться число, большее чем сумма 2 граней, а также не входящее в R, а значит оно является его верхней гранью. А значит R ограничено сверху, а значит имеет sup(R).

1)док-во того, что A+B удовлетворяет 1-ому св-ву точной верхней грани для сумм n+m, где n из N и m из M
для любого e>0:
существует m>A-e/2
существует n>B-e/2
существует n+m>(A+B) - e
т.к. n и m - это произвольные представители множеств

2)для любого элемента m из M: m<=A
для любого элемента n из N: n<=B
для любых элементов m из M и n из N: (m+n)<=A+B