

Задача 2. M и N - множества из положительных чисел, $A = \sup M$, $B = \sup N$. R - множество всевозможных произведений xy , где $x \in M$, $y \in N$. Докажите, что $\sup R = AB$.

$A = \sup M$, если $\forall x, x \in M, x \leq A$,
нет B , для которого выполняются эти св-ва, $B < A$
 $\forall \epsilon > 0, \exists x \in M, x > A - \epsilon$

$B = \sup N$, если $\forall y, y \in N, y \leq B$,

$\forall \epsilon > 0, \exists y \in N, y > B - \epsilon$

$C = \sup R$, если $\forall z = xy, z \in R, z \leq C$,

$\forall \epsilon > 0, \exists y^*x \in R, y^*x > C - \epsilon$

$$x^*y > (A - \epsilon)(B - \epsilon)$$

$$x^*y > A^*B - A^*\epsilon - \epsilon^*B + \epsilon^2 > A^*B - A^*\epsilon - \epsilon^*B$$

$$x^*y > A^*B - \epsilon(A + B - \epsilon)$$

$$x^*y > A^*B - A^*\epsilon - \epsilon^*B + \epsilon^2 > A^*B - \epsilon(A + B)$$

$$\begin{aligned} \sup(M)^* \sup(N) &= \\ \sup(M^*N) & \end{aligned}$$

дано

) найти выражение

$C = A \cdot B$